

O que é "ser complexo" ?

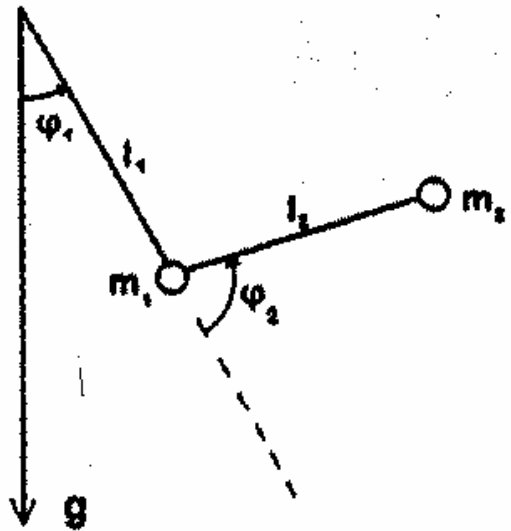
Rui Vilela Mendes
(UTL and CMAF)

4/18/2005

Menu

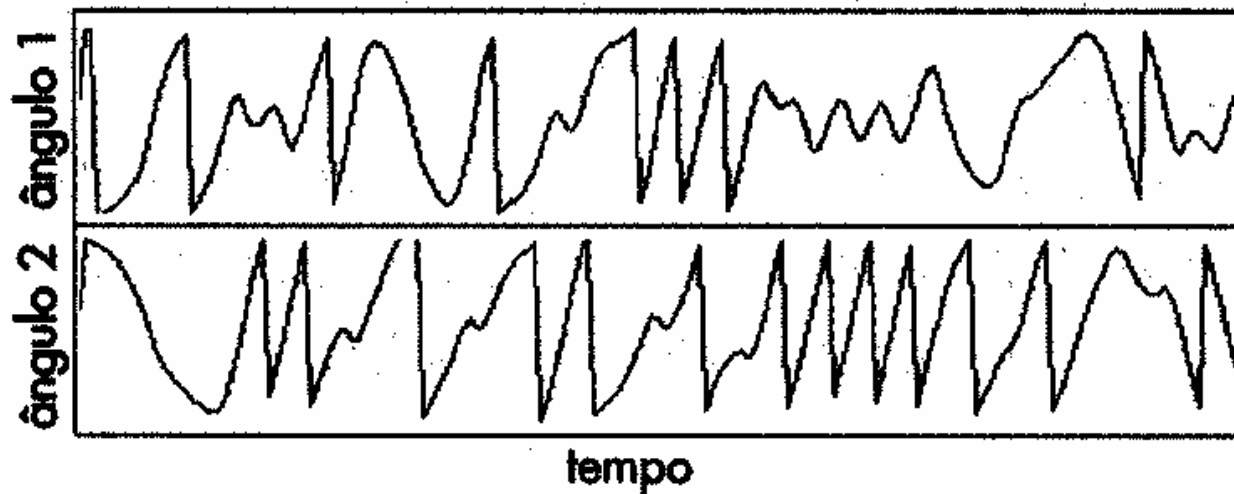
- ◆ 1 – Sistemas simples com comportamento complexo
- ◆ 2 – Origem do comportamento complexo nos sistemas simples
- ◆ 3 – Sistemas complexos com comportamento simples
- ◆ 4 – O observador e o observado.
Padrões, estruturas e compressão da informação
- ◆ 5 – O comportamento colectivo dos sistemas complexos. Sincronização e para lá da sincronização
- ◆ 6 – Medidas de complexidade
- ◆ 7 – Alguns exemplos de sistemas complexos
O lago Vitória
O cérebro e o sistema imunitário

1- Um sistema simples com comportamento complexo

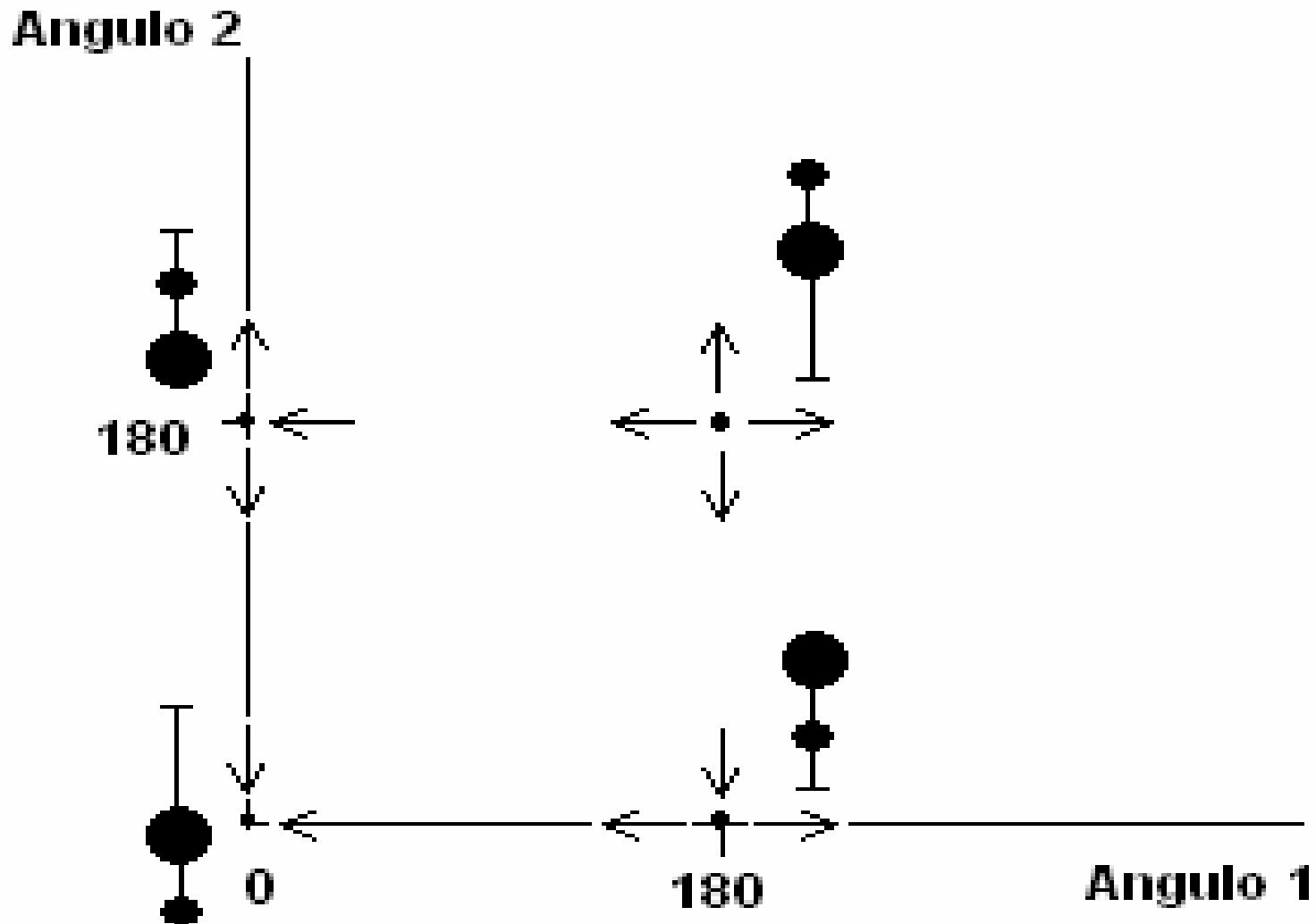


$$m_1/m_2 = 1.89$$

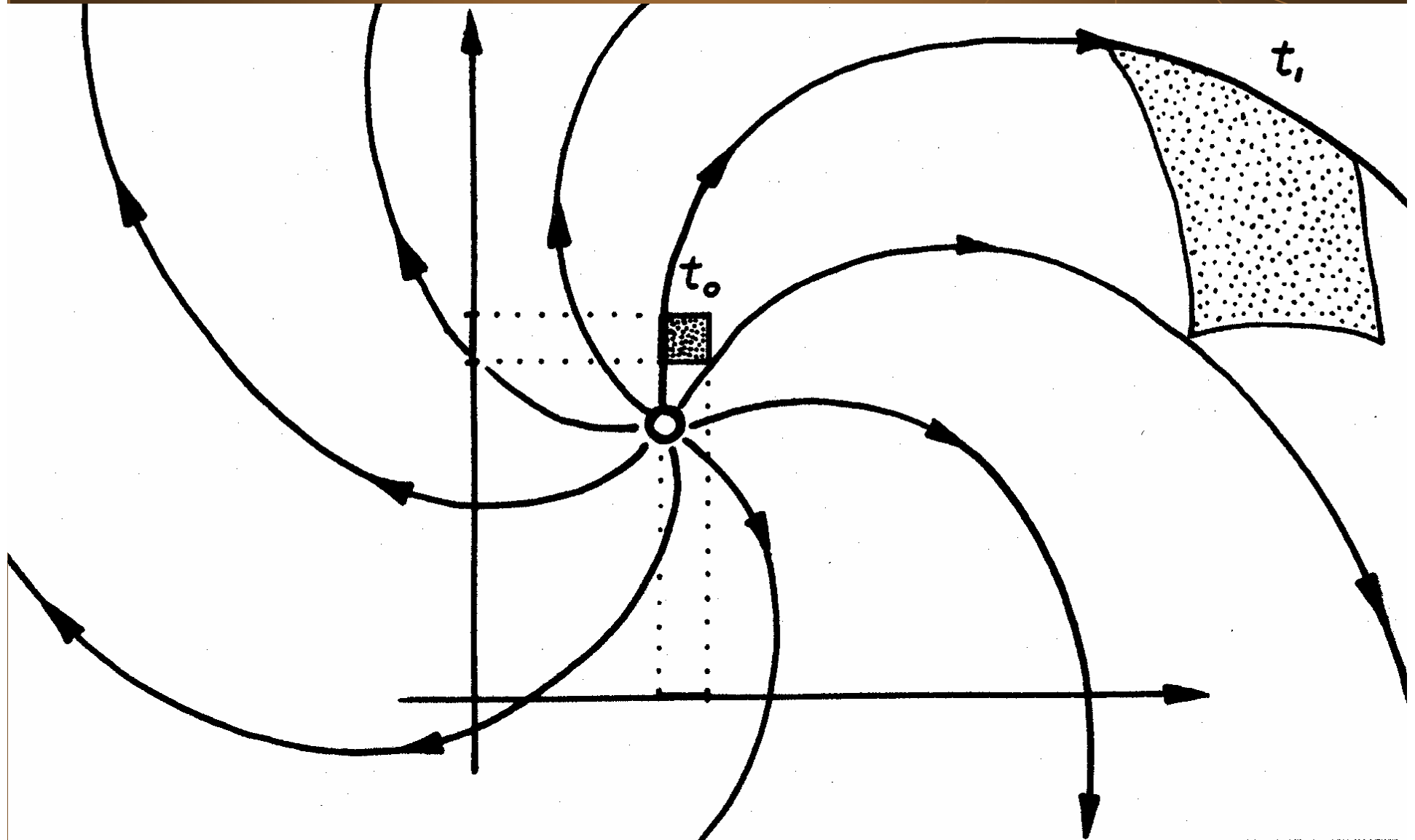
$$l_1/l_2 = 0.49$$



Os pontos fixos organizam o movimento



2 - Origem do comportamento complexo nos sistemas simples



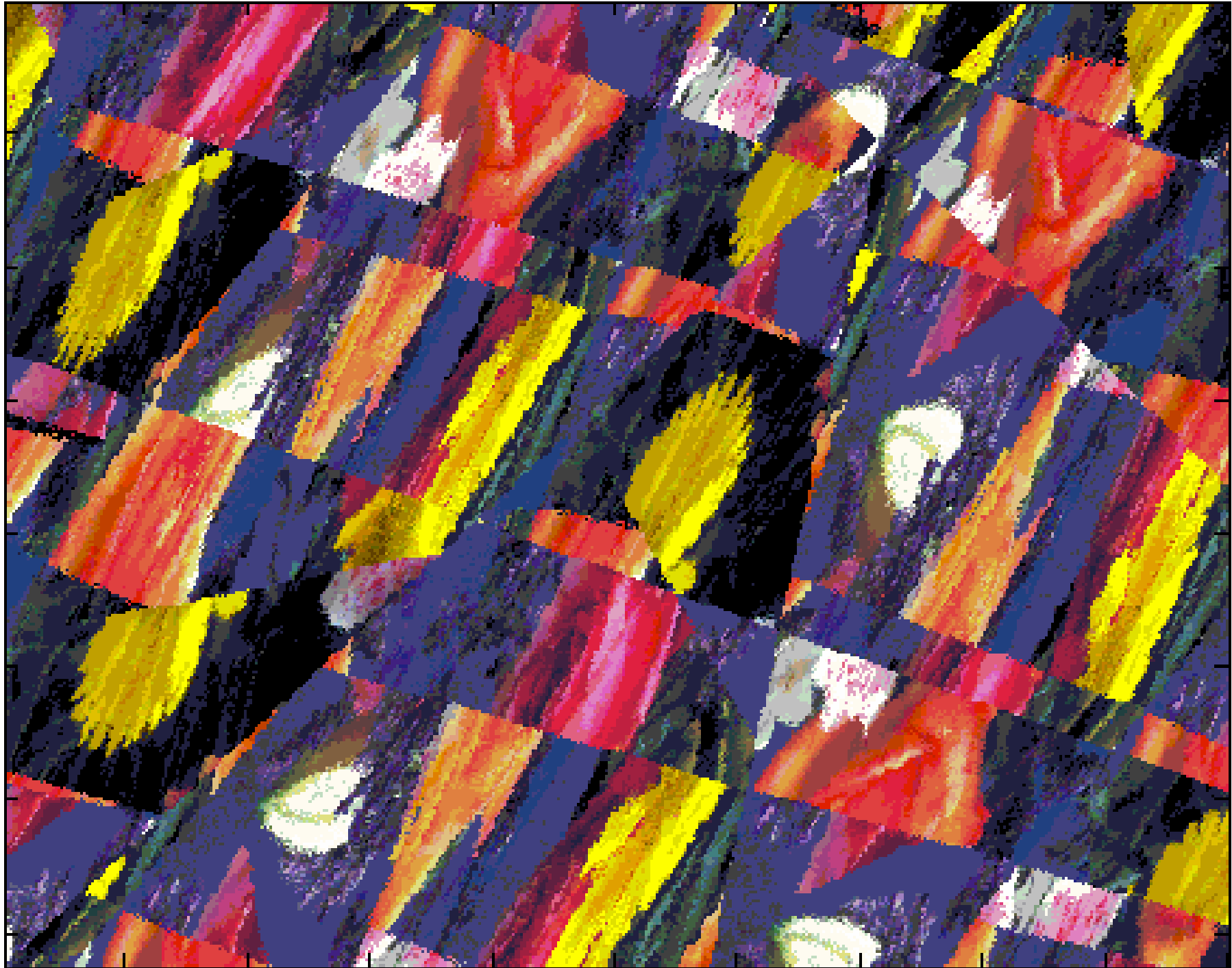


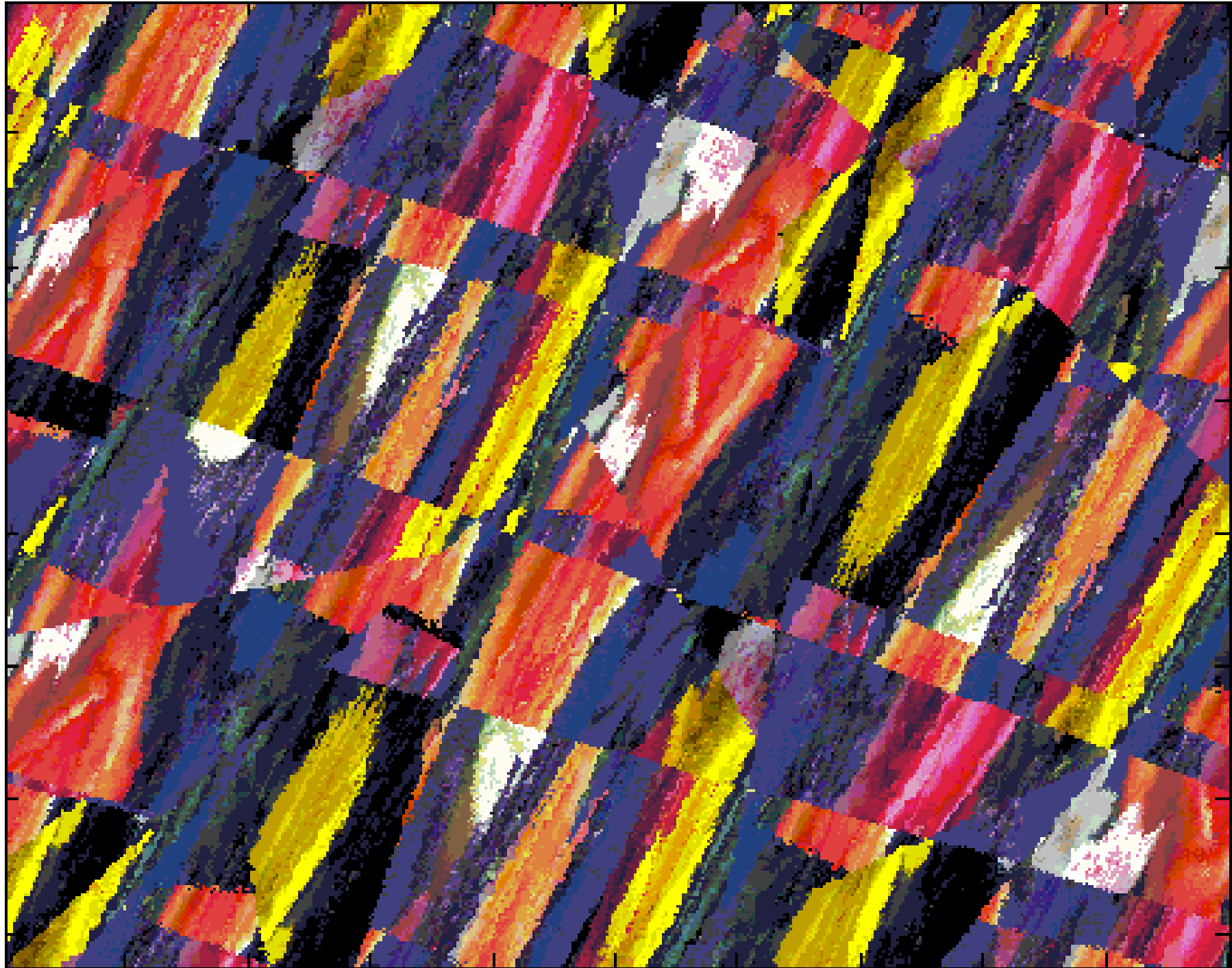
Origem do comportamento complexo nos sistemas simples

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{6}{7} & -\frac{5}{7} \\ \frac{5}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$







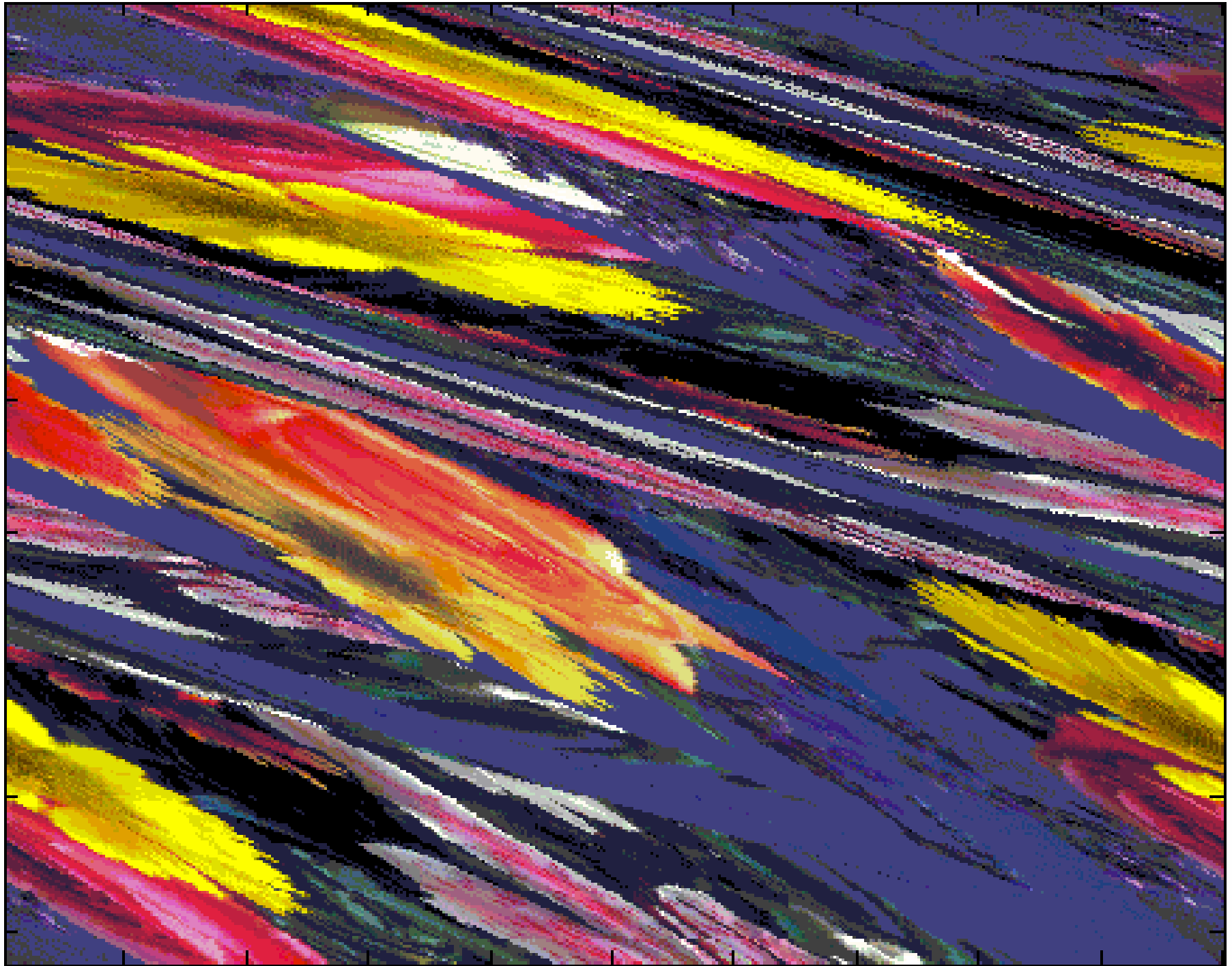


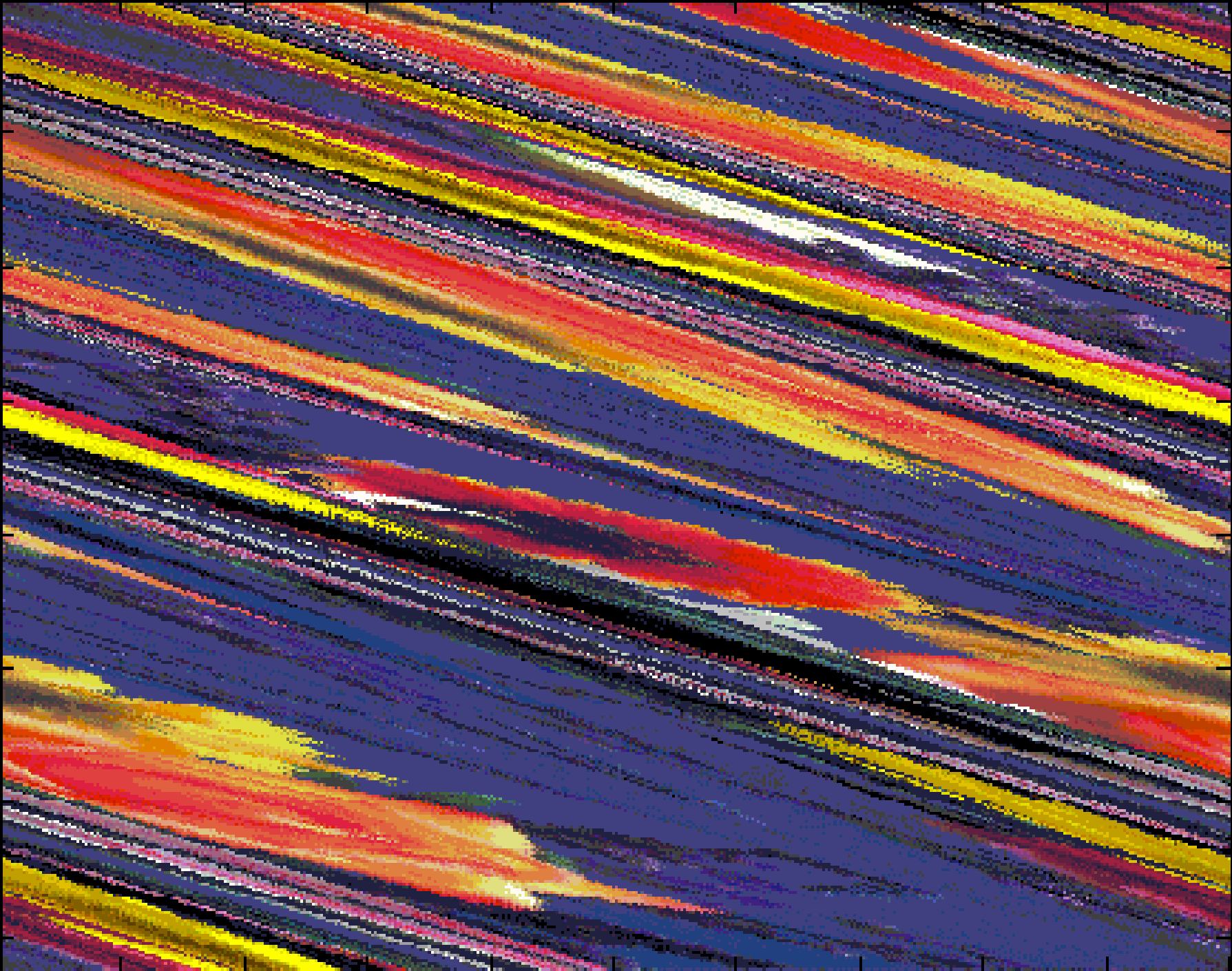


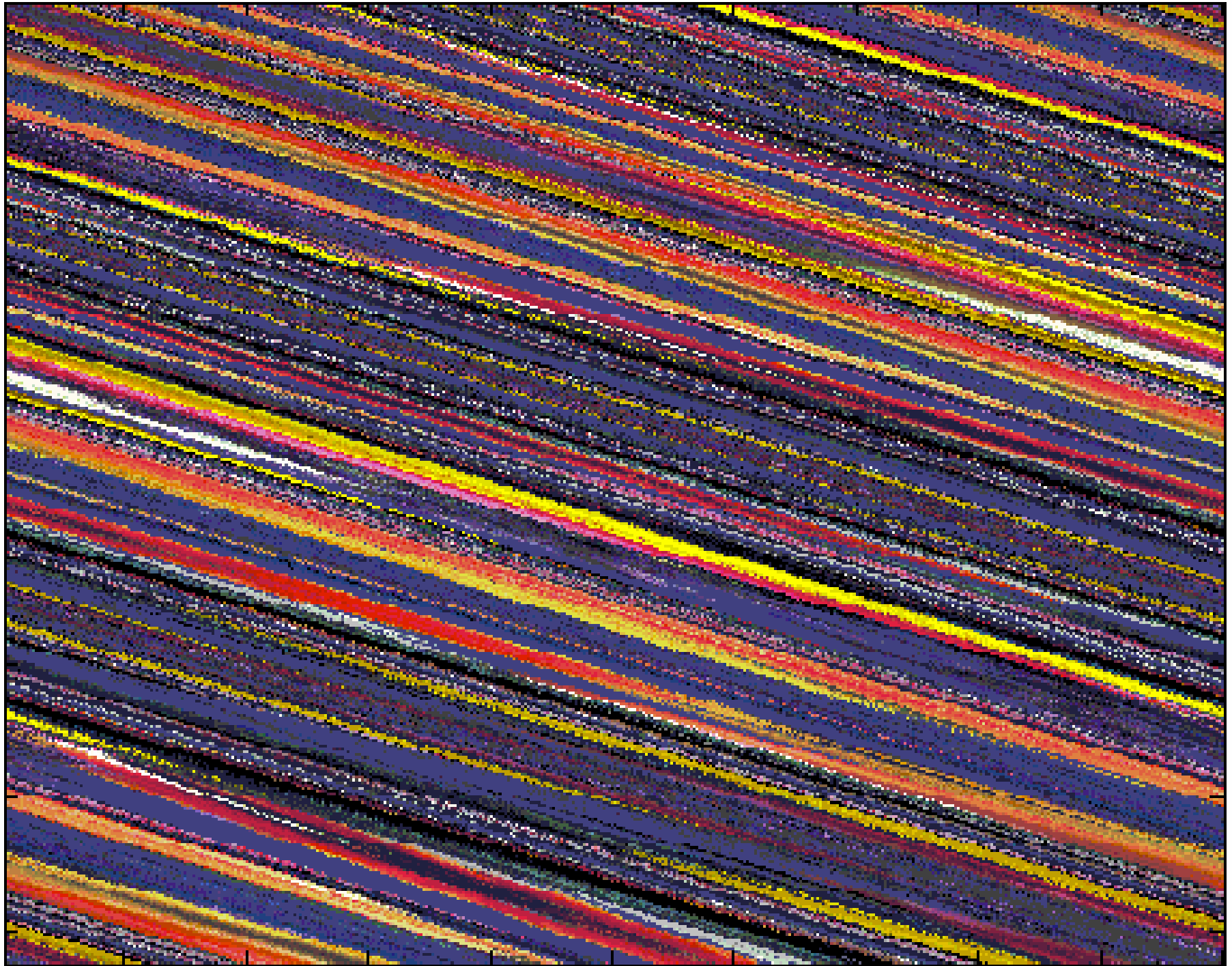
Origem do comportamento complexo nos sistemas simples

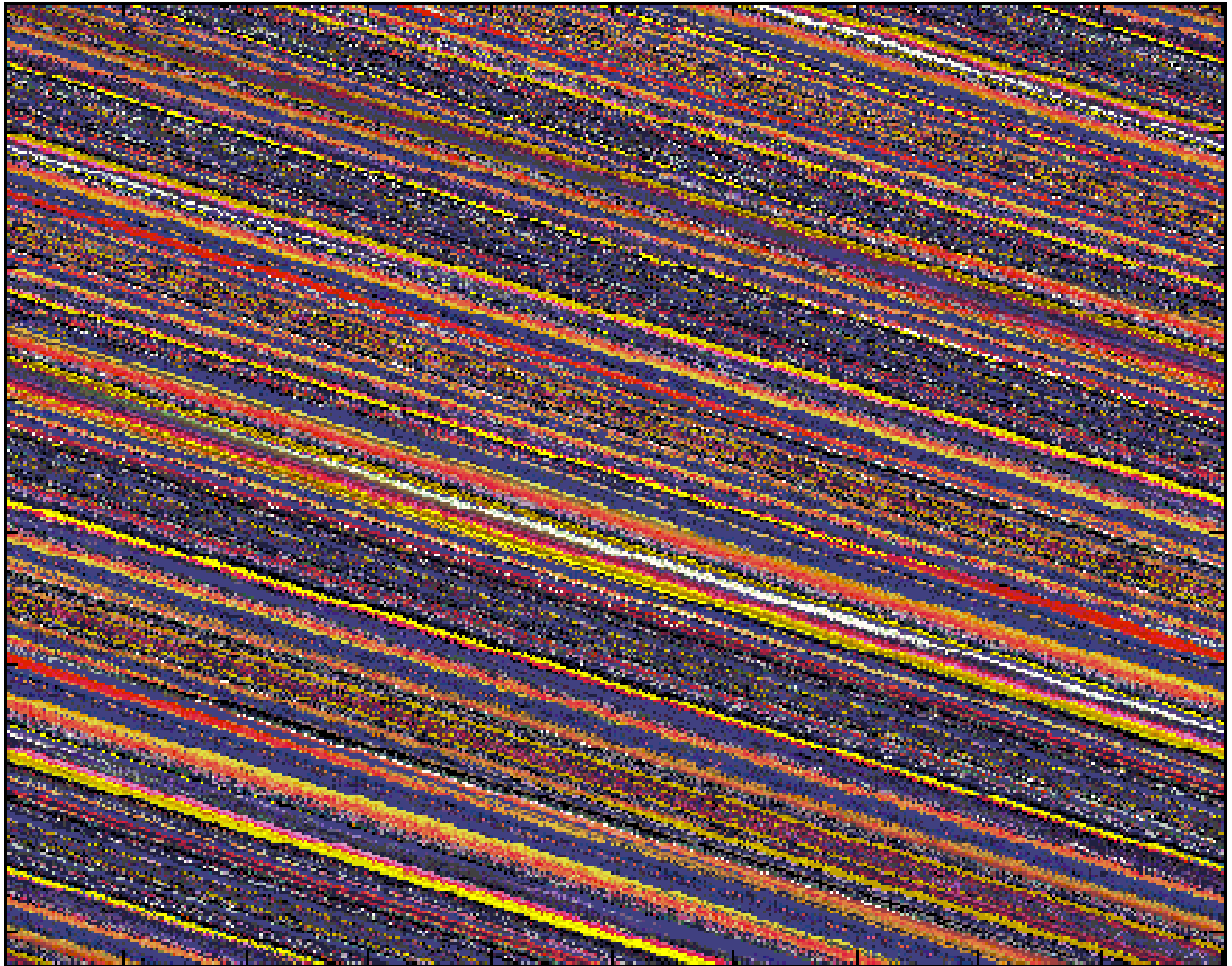
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

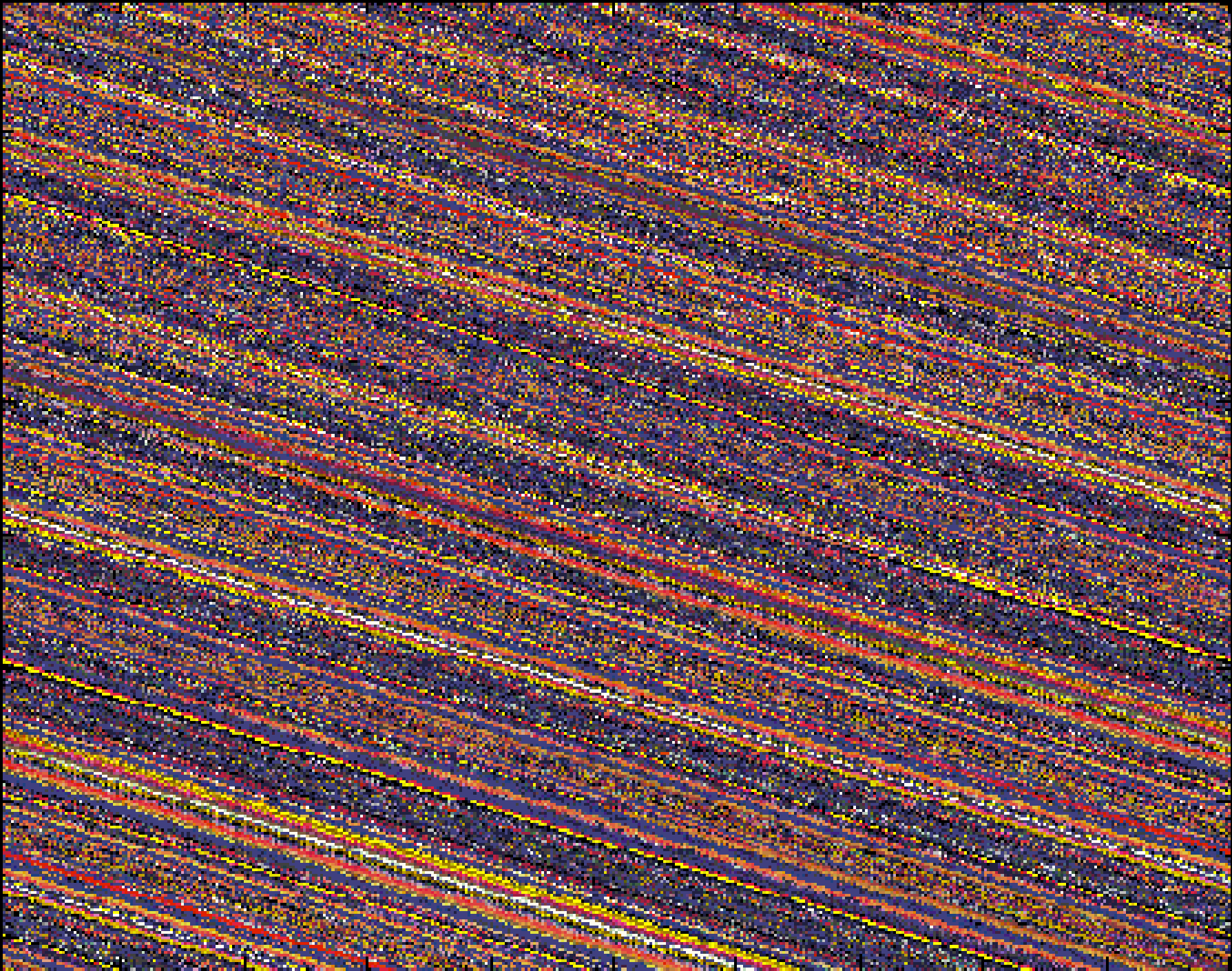












Origem do comportamento complexo nos sistemas simples

◆ Valores próprios das matrizes $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{6}{7} & -\frac{5}{7} \\ \frac{5}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0.7143 + i 0.6999$$

$$\lambda_2 = 0.7143 - i 0.6999$$

(Rotação)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0.382$$

$$\lambda_2 = 2.618$$

(Contração e expansão)

Um sistema complexo



3 -Um sistema complexo com comportamento simples



Outro sistema complexo com comportamento simples

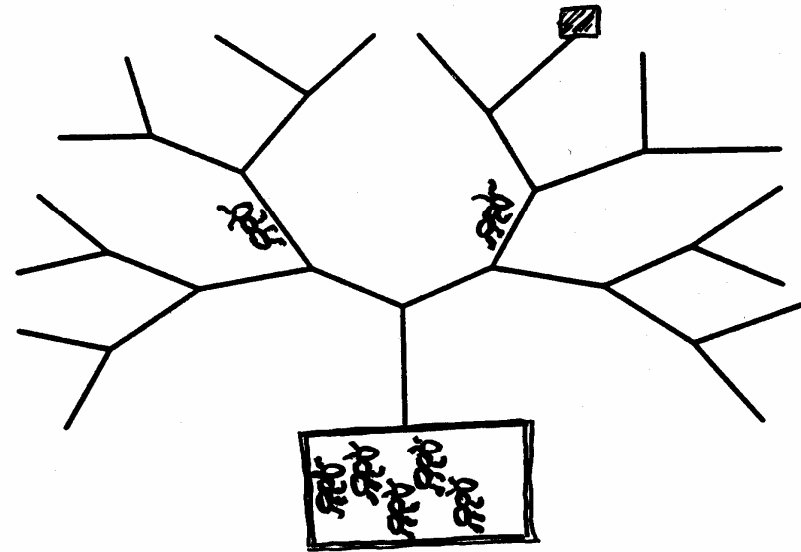


4 - O observador e o observado.

Padrões, estruturas e compressão da informação

As formigas e a compressão da informação

◆ (Reznikova e Ryabko)



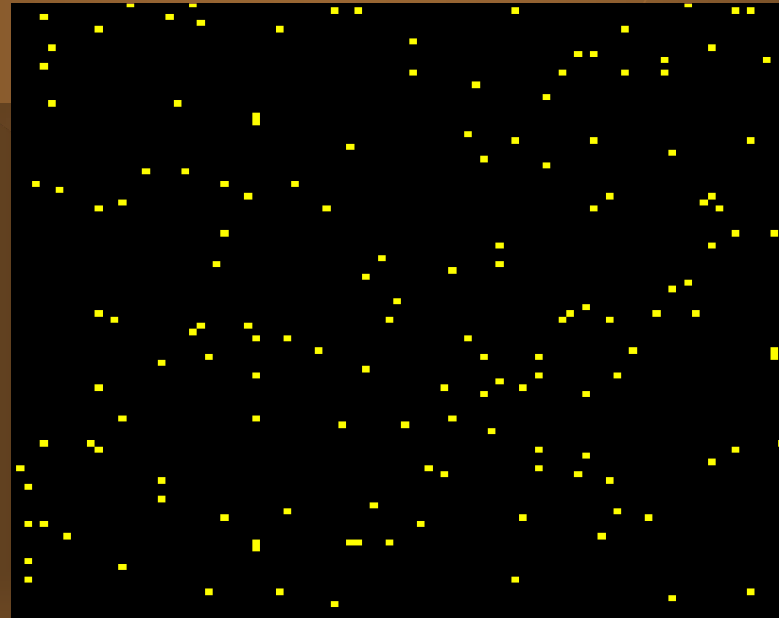
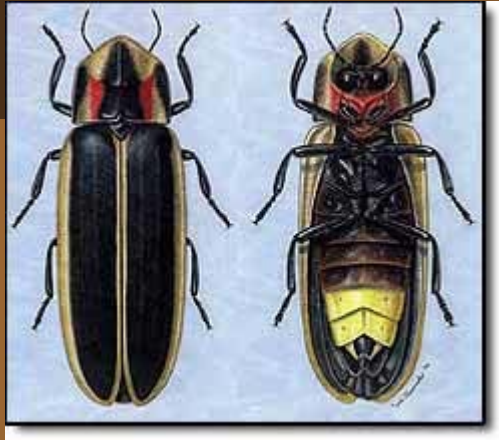
No.	SEQUENCE OF TURNS TO SYRUP	MEAN TIME SEC.	SAMPLE STANDARD DEVIATION	NUMBER OF TESTS
1	LLL	72	8	18
2	RRR	75	5	15
3	LLLLL	84	6	9
4	RRRRR	78	8	10
5	LLLLL	90	9	8
6	RRRRR	88	9	5
7	LRLRLR	130	11	4
8	RLRLRL	135	9	8
9	LLR	69	4	12
10	LRL	100	11	10
11	RLLR	120	9	6
12	RRLR	150	16	8
13	RLRR	180	20	6
14	RRLRR	220	15	7
15	LRLRL	200	18	5

5 – O comportamento colectivo dos sistemas complexos.

Sincronização e para lá da sincronização

5 - Dinâmica: um exemplo. Sincronização (e para lá da sincronização)

- ◆ Sincronização nas moscas de fogo, células, modas,



Origem do comportamento colectivo nos sistemas complexos

- ◆ Agentes = osciladores acoplados (tempo discreto)

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \omega_i + \frac{k}{N-1} \sum_{j=1}^N f_\alpha(x_j - x_i)$$

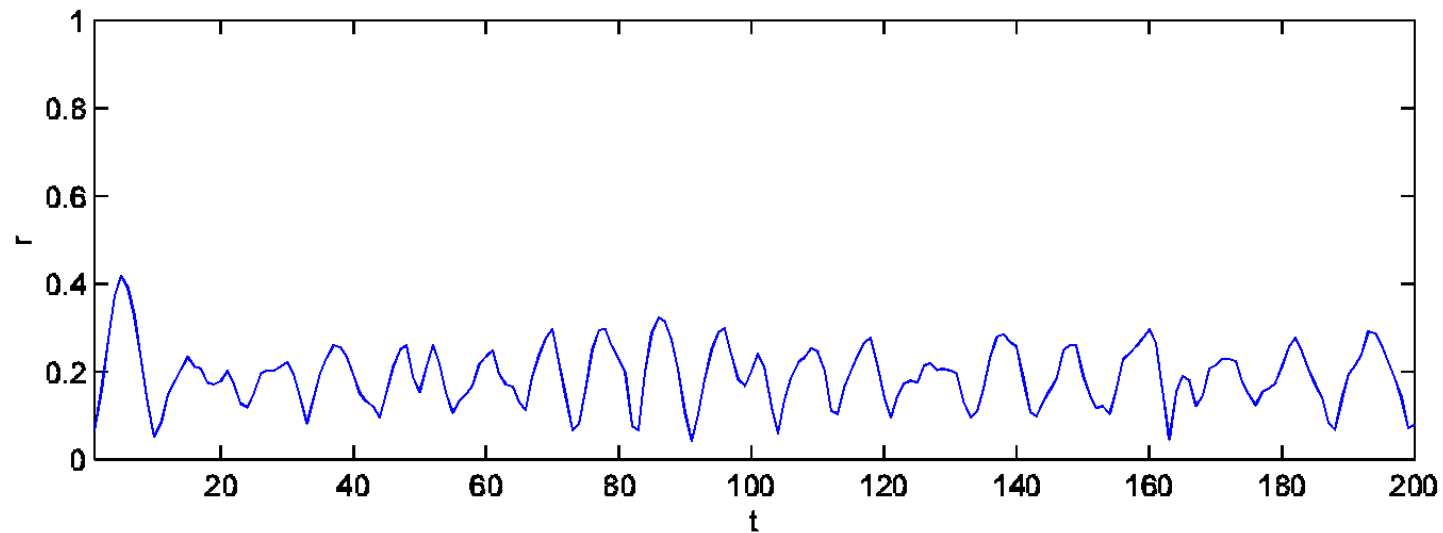
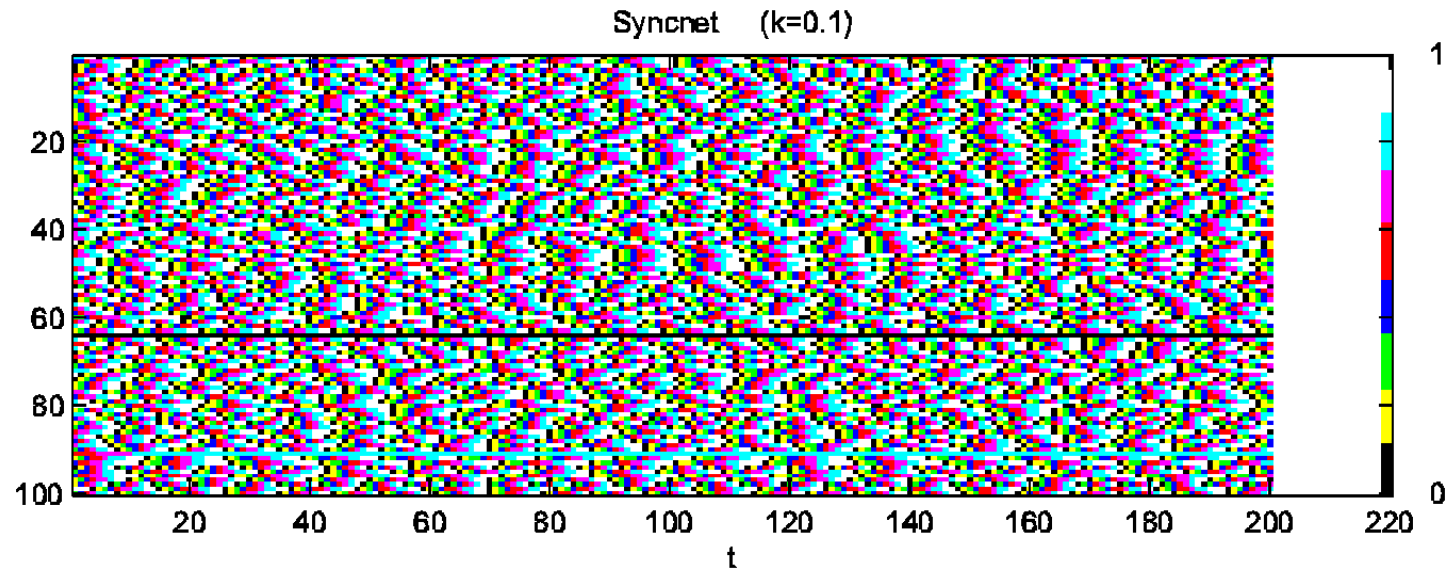
$$p(\omega) = \frac{\gamma}{\pi [\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2]}$$

$$f_\alpha(x_j - x_i) = \alpha(x_j - x_i) \pmod{1}$$

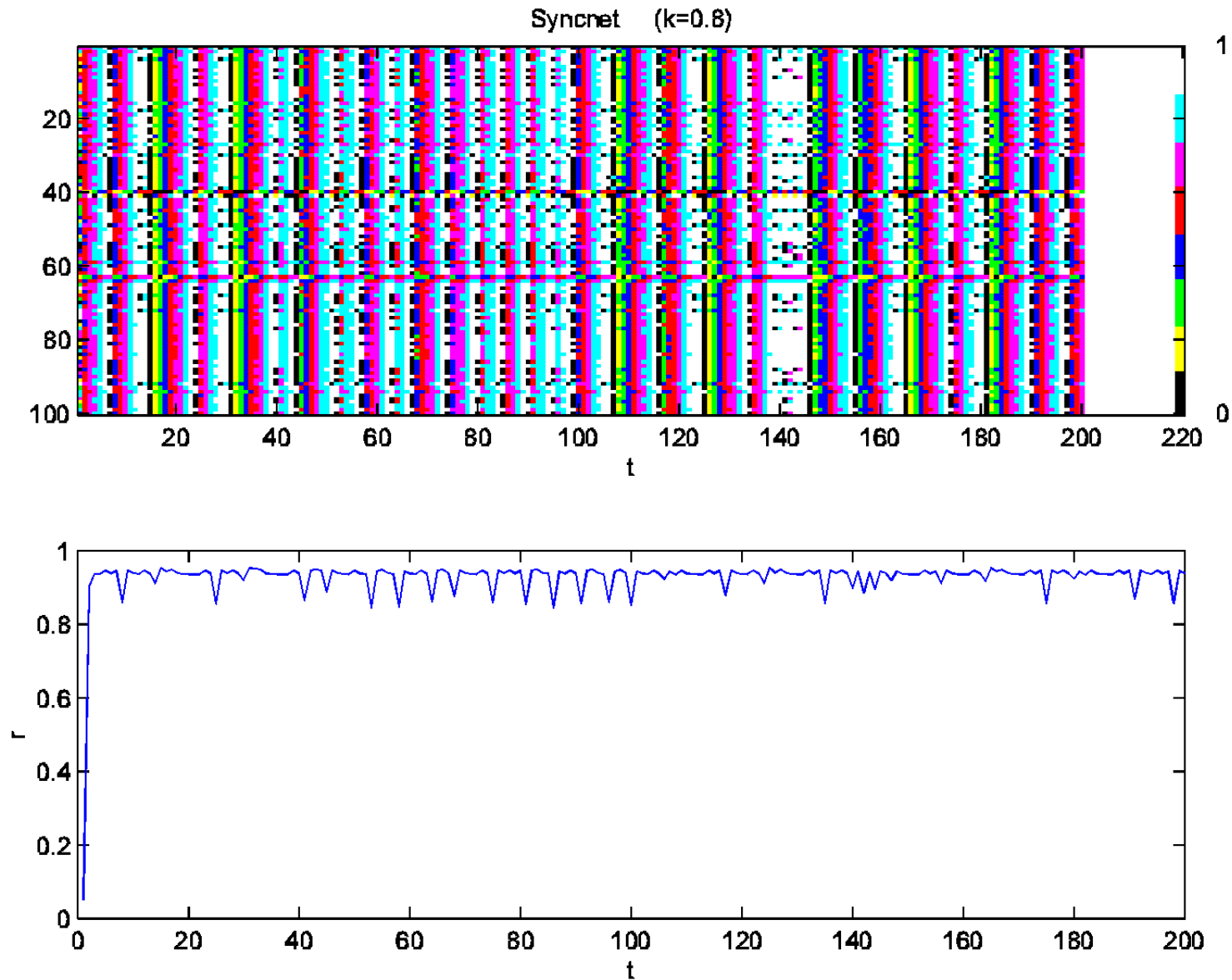
- ◆ Parâmetro de ordem

$$r(t) = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{ix_j(t)} \right|$$

Origem do comportamento colectivo nos sistemas complexos



Origem do comportamento colectivo nos sistemas complexos



Origem do comportamento colectivo nos sistemas complexos

- ◆ Sincronização e correlações são controladas pelo espectro de Lyapunov

Neste caso:

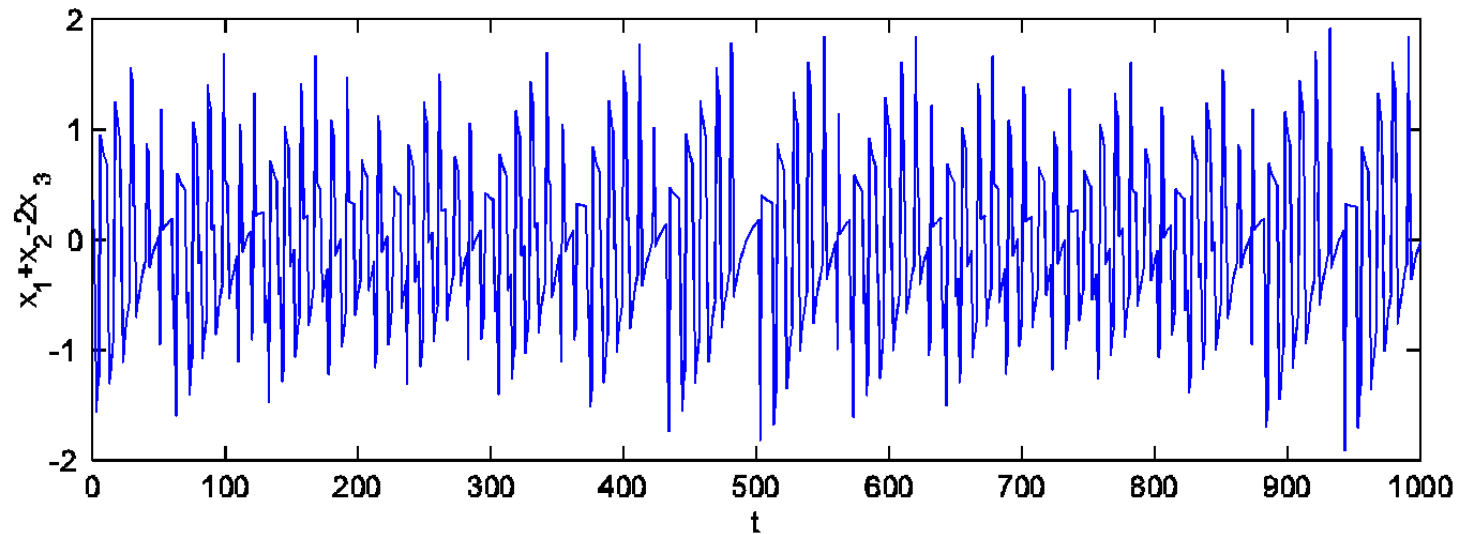
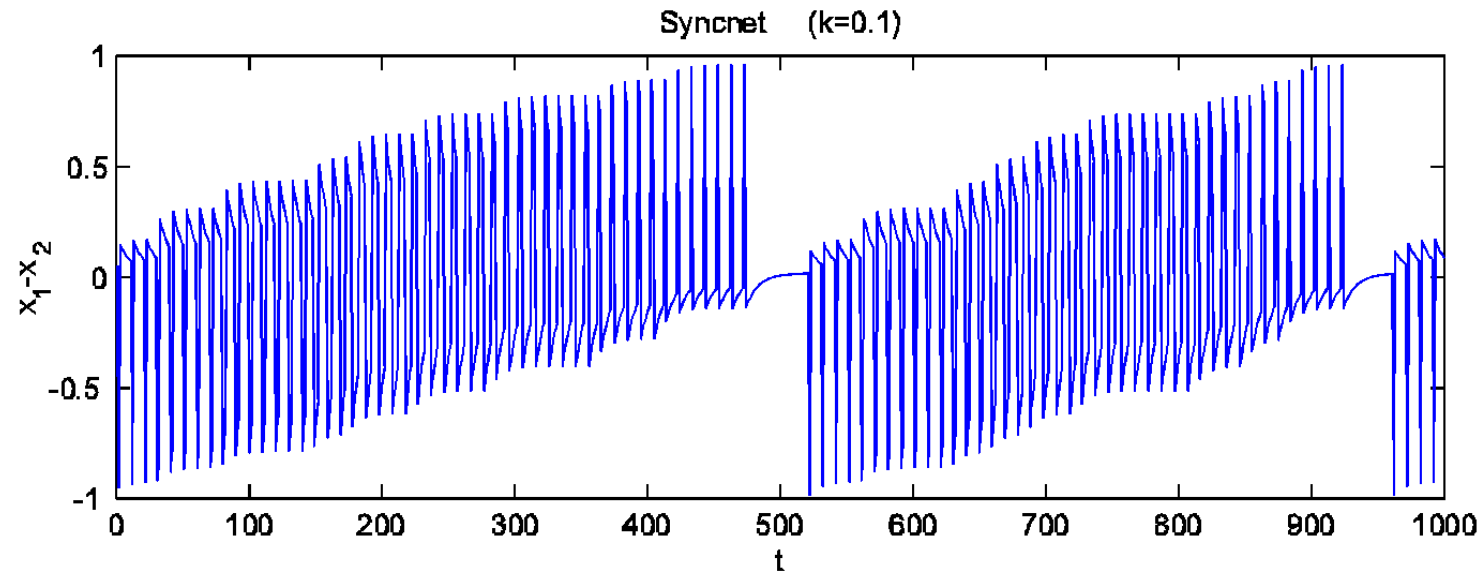
$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_j = \log(1 - \alpha k(N/N-1)) \quad (N-1) \text{ vezes}$$

Para $k > 0$ há $N-1$ direcções contractantes

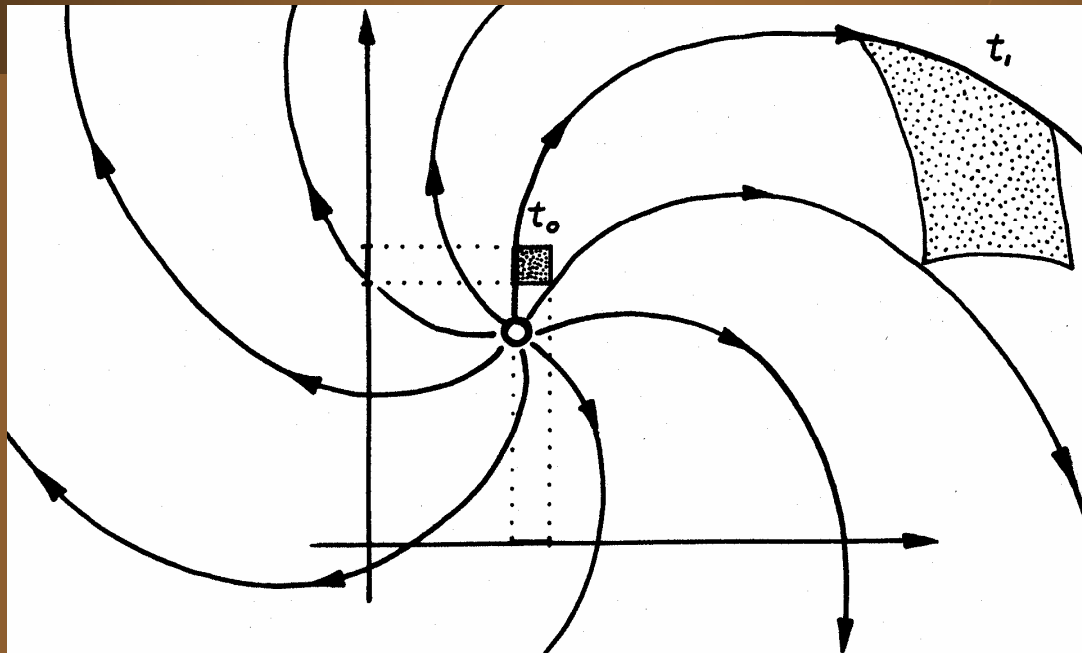
⇒ fortes correlações, mesmo antes da sincronização

Origem do comportamento colectivo nos sistemas complexos



Dois paradigmas dinâmicos:

- ◆ 1) Dependência sensível das condições iniciais (= caos)



- ◆ 2) Interação (\Rightarrow modos colectivos)
Correlação
Sincronização ou outros Padrões

Ciências da Complexidade = Estudo do comportamento complexo dos sistemas simples e do comportamento colectivo dos sistemas complexos

- ◆ *Como caracterizar a complexidade ?*
- ◆ *Haverá uma medida de complexidade ?*
- ◆ *Resposta :*

Há muitas !

6 - Medidas de complexidade :

- ◆ *Complexidade algorítmica*

$M_N(S)$ = comprimento do menor programa (código + dados) capaz de reproduzir os primeiros N símbolos gerados por S

$$C(S) = \lim_{N \rightarrow \infty} (M_N(S) / N)$$

- ◆ *Profundidade lógica*

Tempo necessário para correr o menor programa que gera S

Medidas de complexidade :

- ◆ *Sofisticação* (c_1)

$$M_N(S) = c_1 + c_2$$

(comprimento do código)

- ◆ *Excesso de entropia* (Complexidade de medida efectiva)

$$H(N) = - \sum_{\{s_i\}} p(s_1 \dots s_{1N}) \log p(s_1 \dots s_N)$$

$h_S = \lim_{N \rightarrow \infty} H(N)/N$ é a entropia de Shannon

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} \{ H(N)/N - h_S \}$$

- ◆ *Complexidade estatística* (= complexidade de previsão)

\overleftarrow{S} = classe de passados com o mesmo futuro

$$C = \sum_{\overleftarrow{S}} p(\overleftarrow{S}) \log p(\overleftarrow{S})$$

Complexidade algorítmica e Excesso de entropia

- ◆ Consideremos o sistema como um gerador (de símbolos) de uma série no tempo $\{s_1, s_2, s_3, \dots\}$
- ◆ *Complexidade algorítmica*
 $M_N(S)$ = comprimento do menor programa (*código + dados*) capaz de reproduzir os primeiros N símbolos gerados por S

$$C(S) = \lim_{N \rightarrow \infty} (M_N(S) / N)$$

- ◆ *Excesso de entropia* (Complexidade de medida efectiva)


$$H(N) = - \sum_{\{s_i\}} p(s_1 \dots s_{1N}) \log p(s_1 \dots s_N)$$

$h_S = \lim_{N \rightarrow \infty} H(N)/N$ é a entropia de Shannon

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} \{ H(N)/N - h_S \}$$

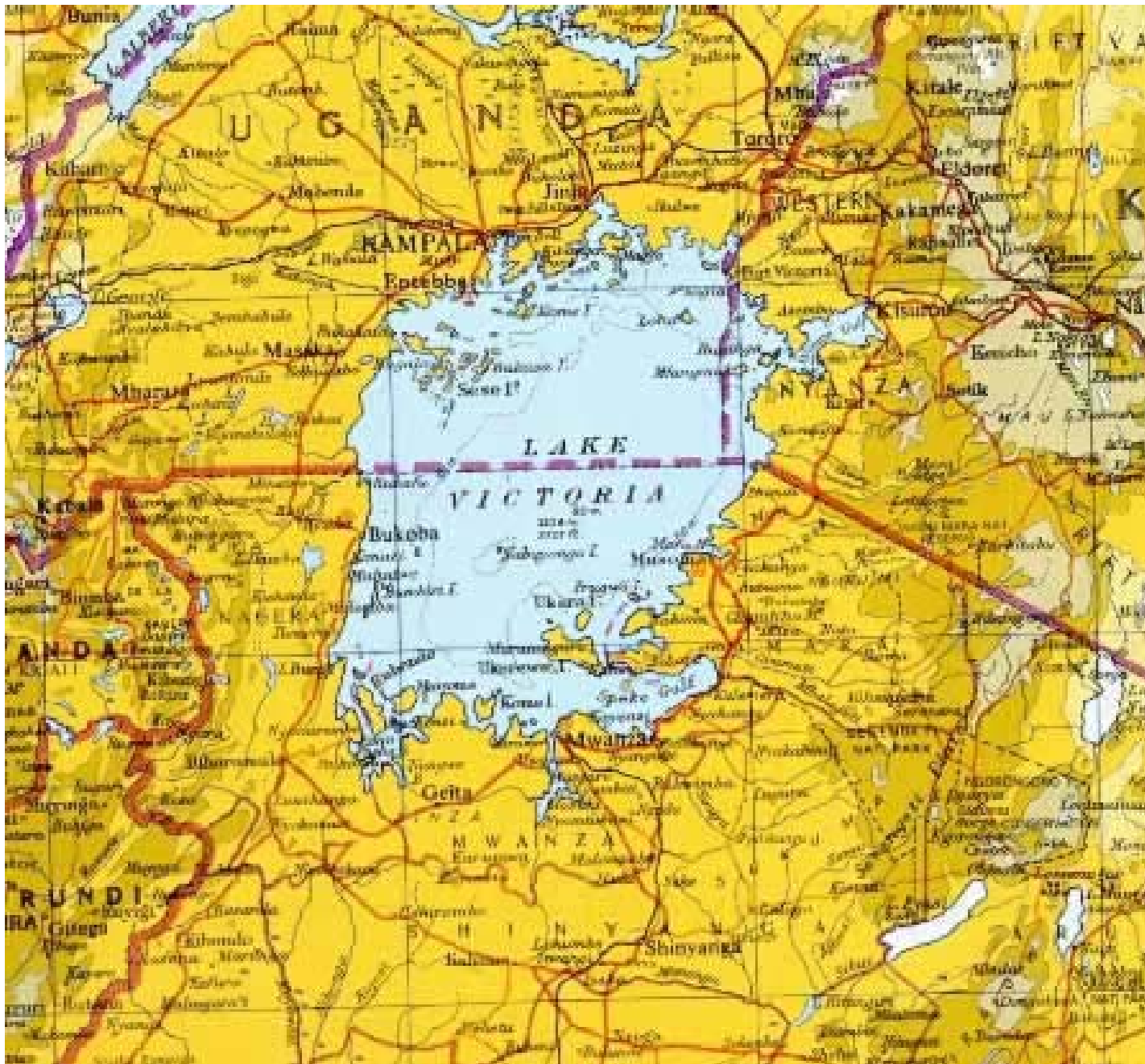
Complexidade algorítmica e Excesso de entropia

- ◆ Resumindo :
 - ◆ A complexidade algorítmica mede o grau de irregularidade do sistema
(um sinal aleatório tem complexidade algorítmica máxima)
 - ◆ O excesso de entropia mede o esforço que é necessário para construir um bom modelo do sistema.
(tanto um sinal aleatório como um regular têm excesso de entropia nulo)
- É uma melhor medida do que vulgarmente se entende por complexidade.



7 - Alguns exemplos de sistemas complexos

O lago Vitória



Os agentes (até ~1959)

◆ Os Chichlidae



As populações



A pesca artesanal para consumo local

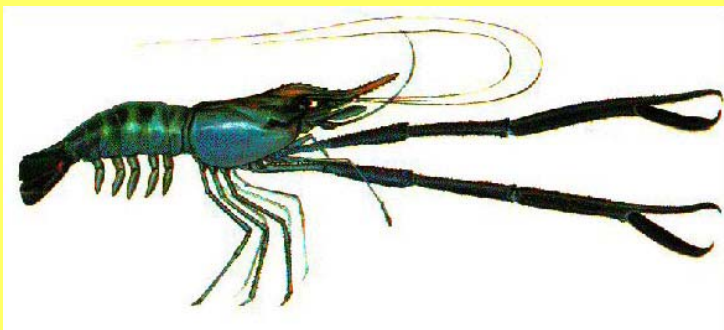


No final dos 50's. Introdução da perca do Nilo

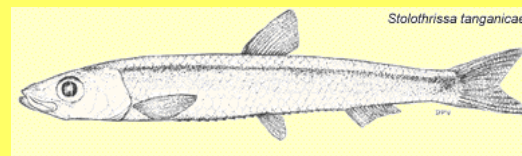


- ◆ Consequência : extinção dos chichlidae (haplochromis)
- ◆ Porém, ao contrário do esperado, a perca do Nilo continua a existir como população estável. Nem há oscilações do tipo predador – presa.

- ◆ Novos agentes :
O camarão



As dagaas



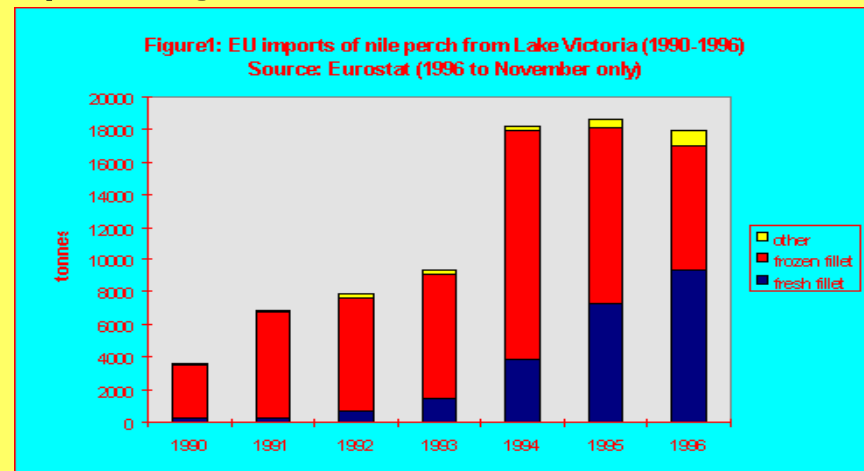
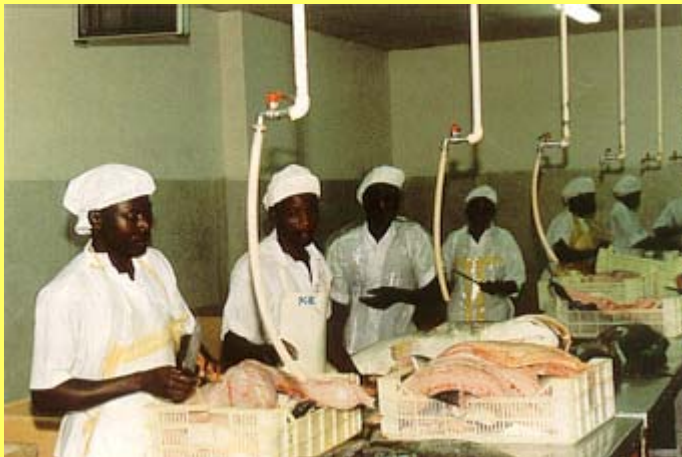
Características dos sistemas complexos. A lição do lago Vitória

- ◆ Não – linearidade
(Um balde de peixes é suficiente para uma mudança global)
- ◆ Inhomogeneidade
- ◆ Adaptatividade
- ◆ Existência duma rede de interações
- ◆ Um sistema aberto *(Em relação a praticamente qualquer modelo que dele se faça)*

E a história continua !

Novos agentes , novas consequências

- ◆ Exploração comercial. Exportação.



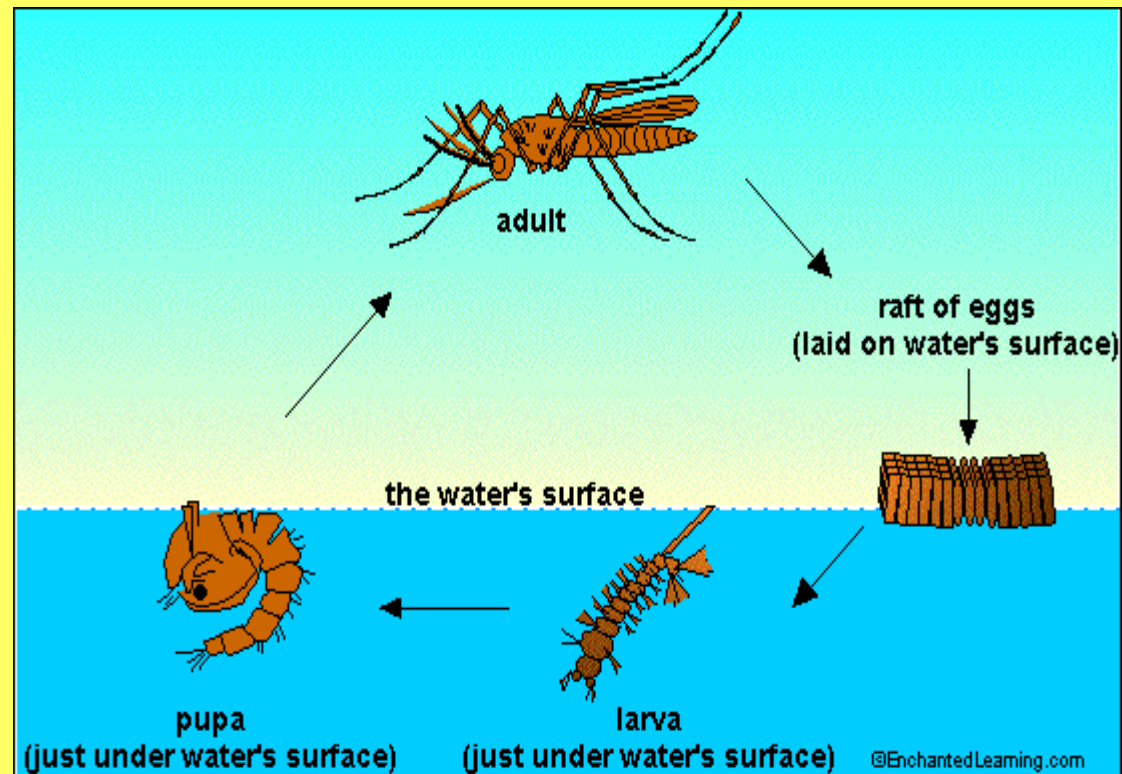
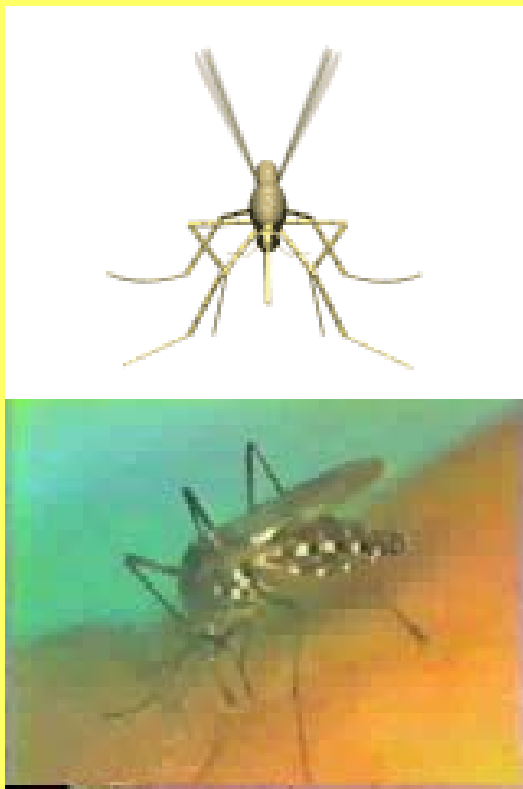
- ◆ Populações locais sem poder de compra para o novo mercado. Deficiência proteica. Fome. Doenças. Conflitos



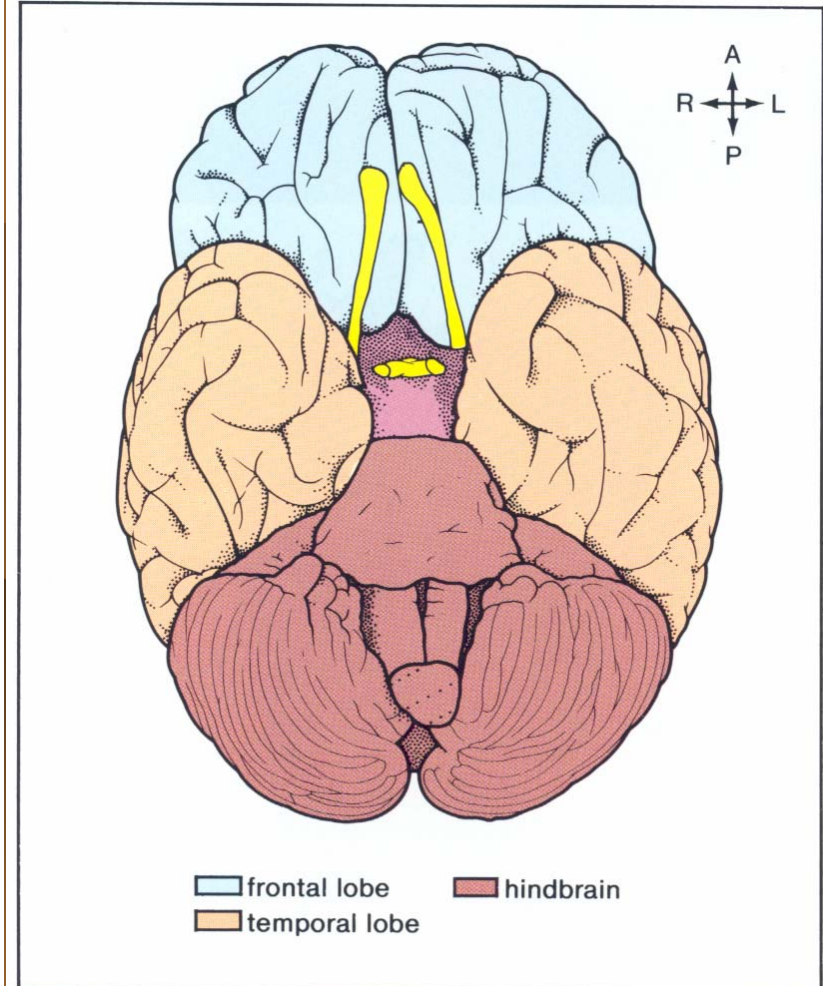
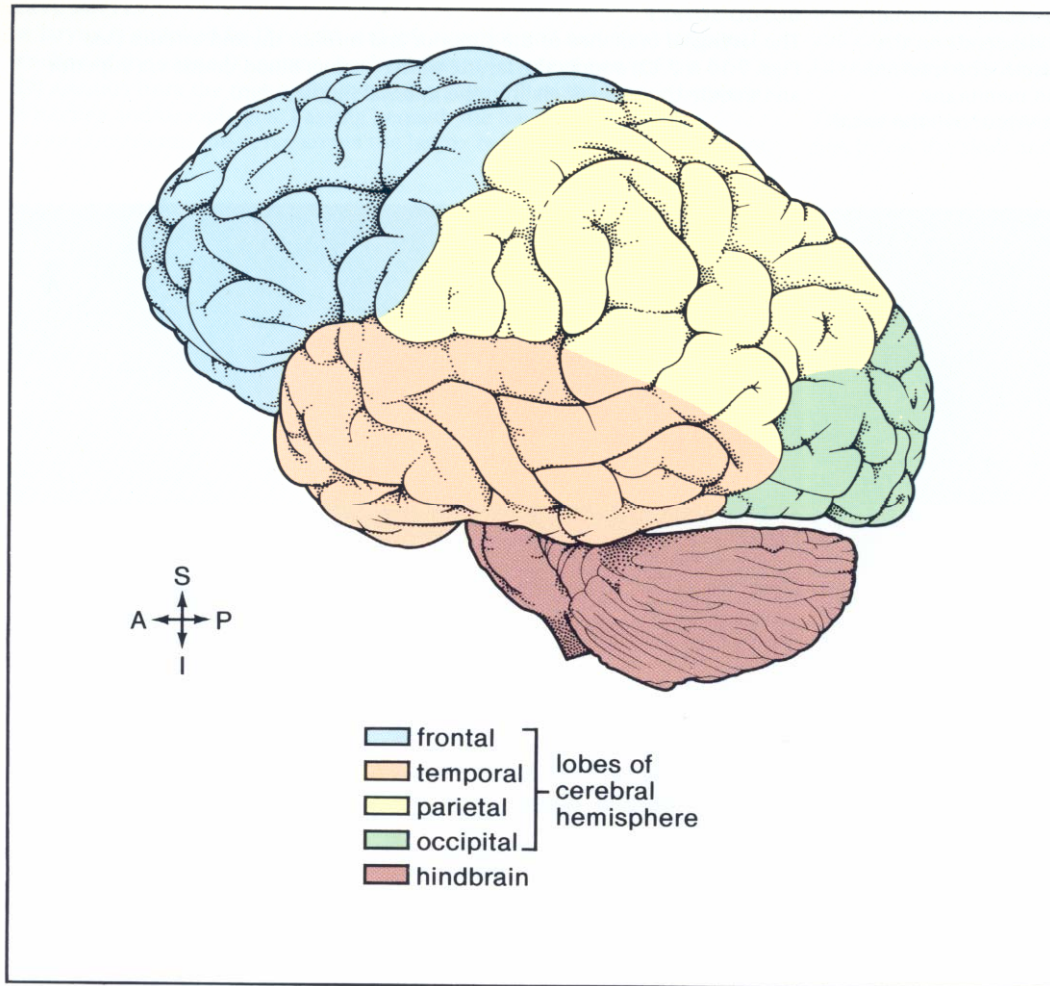
E a história continua !

Novos agentes , novas consequências

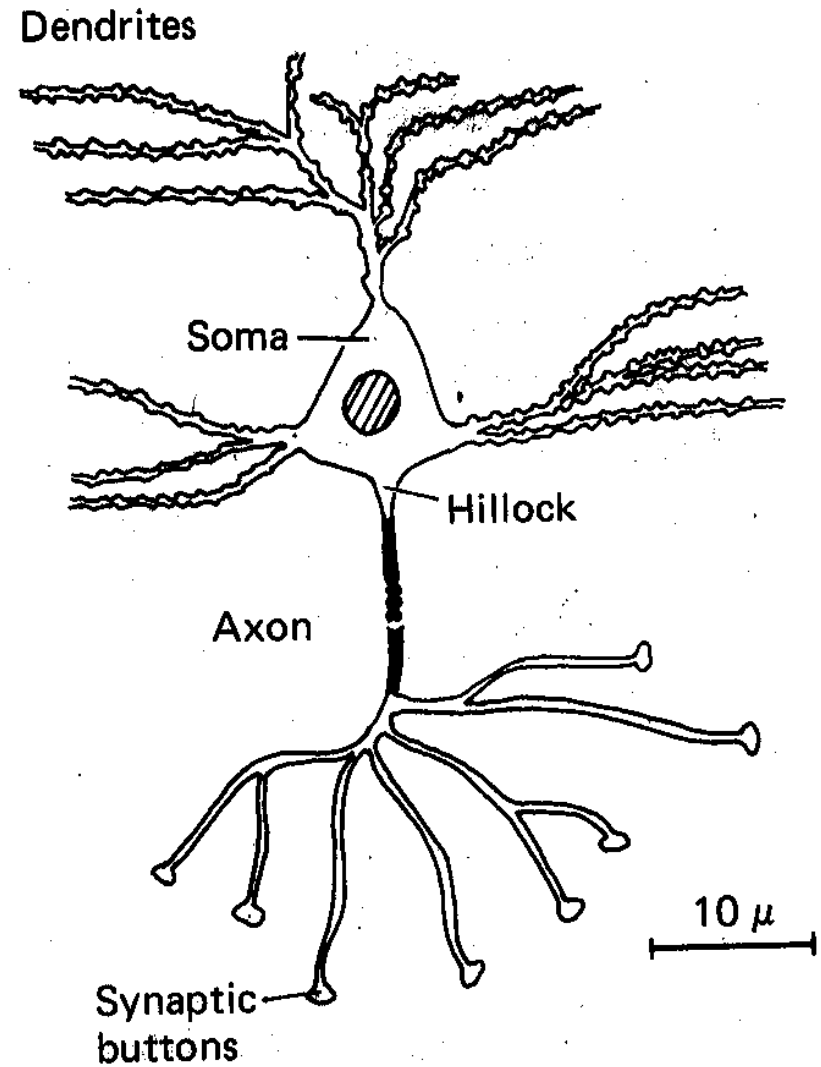
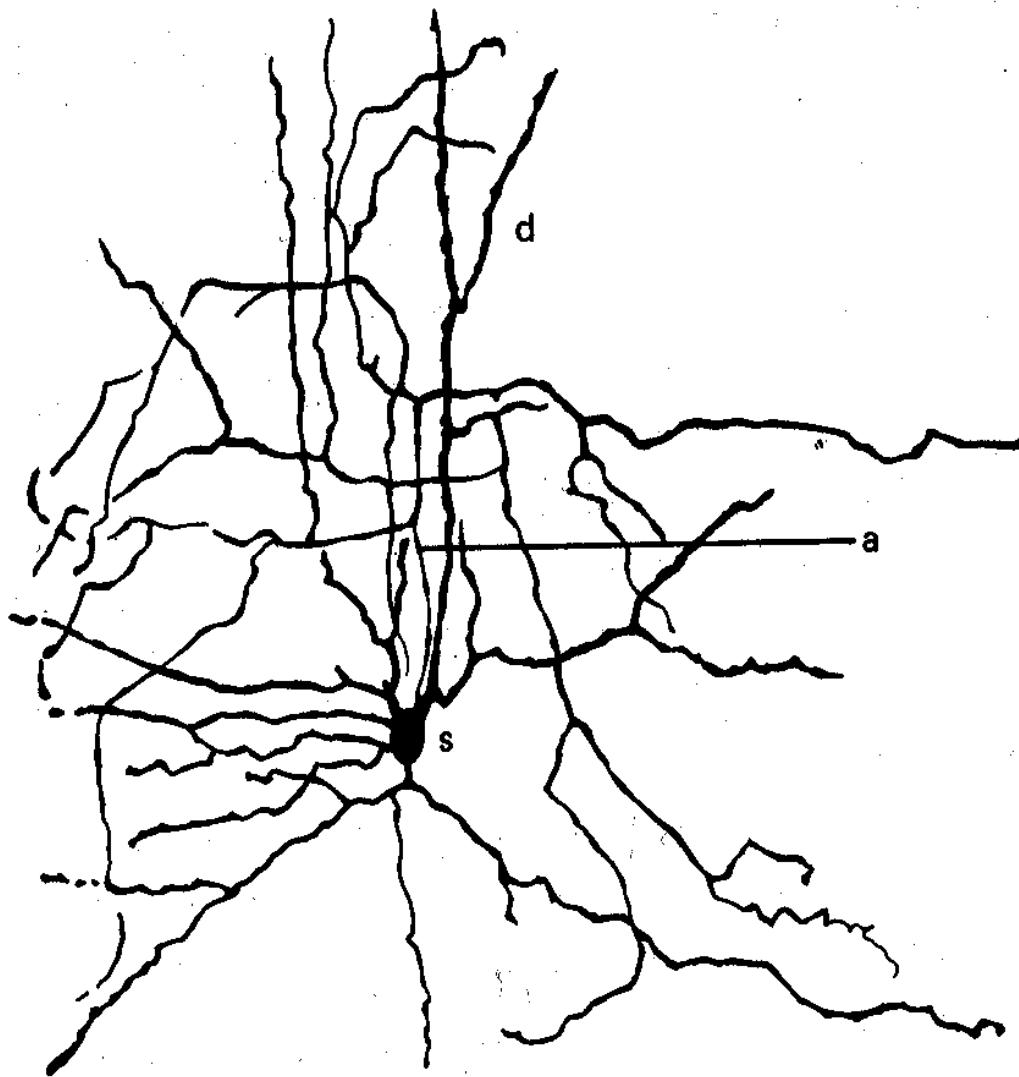
- ◆ Desaparecimento do chiclid de alimentação superficial.
- ◆ Explosão populacional dum novo agente : o mosquito



O cérebro



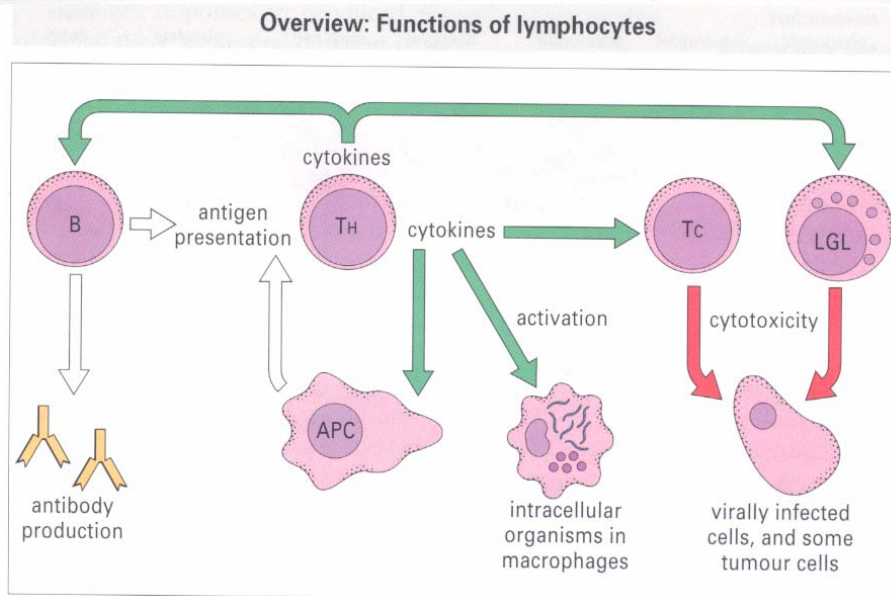
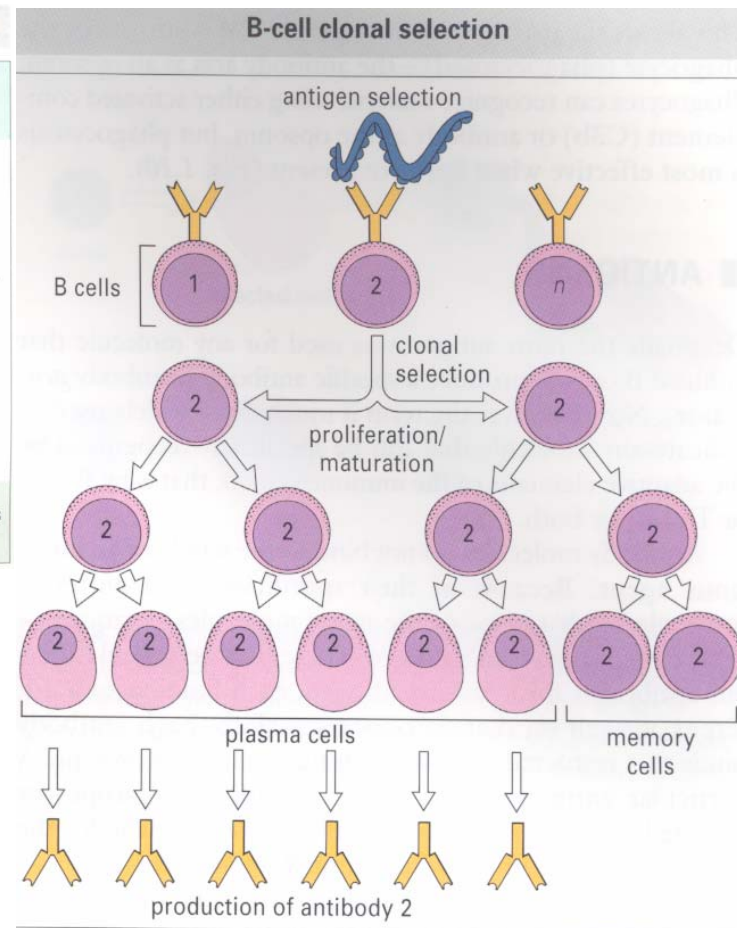
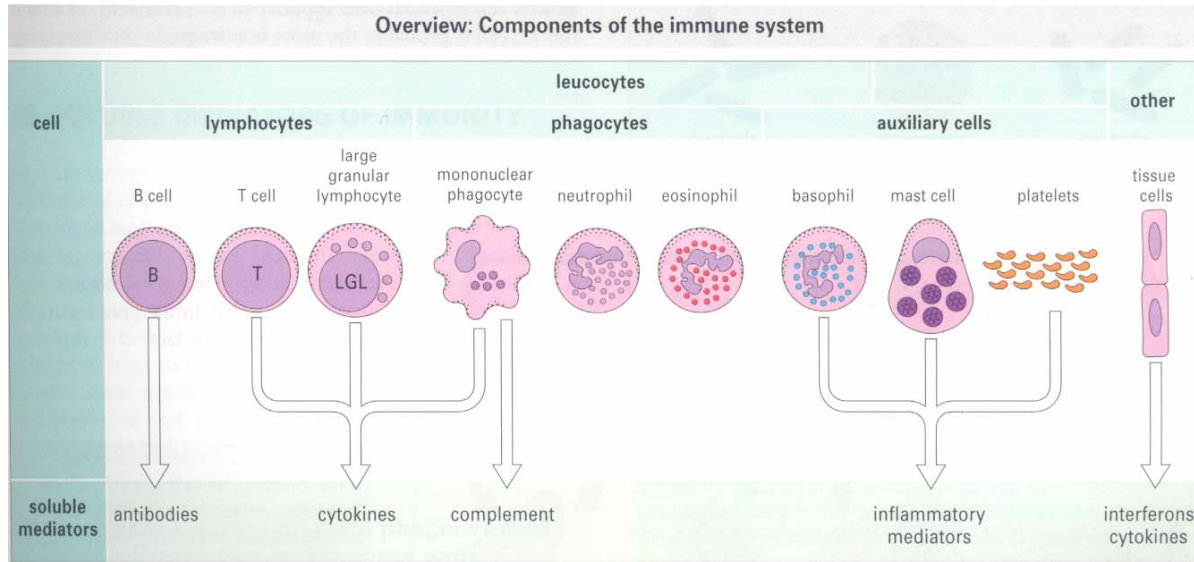
O cérebro



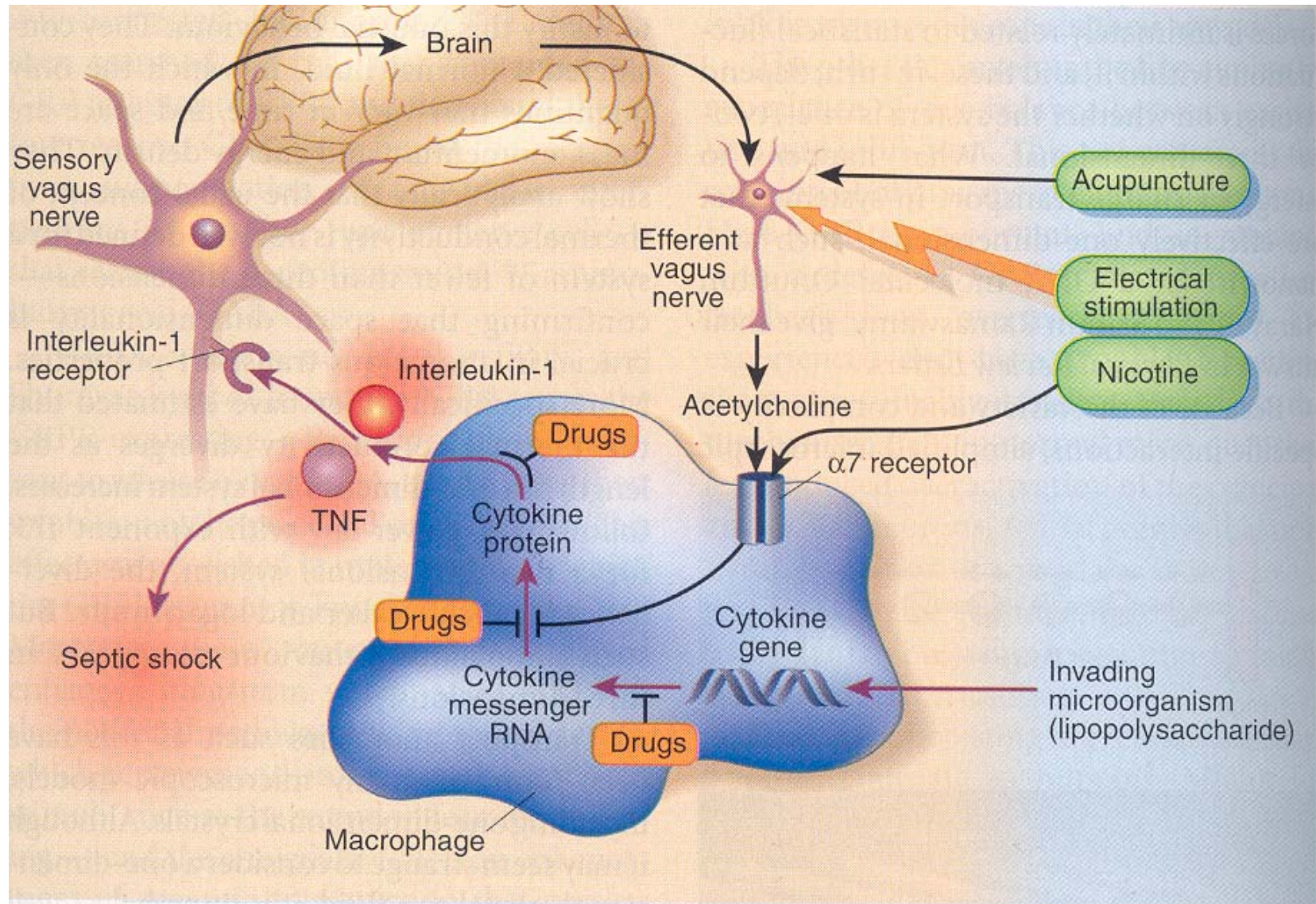
O cérebro

- ◆ $7 \cdot 10^{10}$ - $8 \cdot 10^{10}$ neurónios no cérebro humano
- ◆ $\sim 6,5 \cdot 10^{10}$ no cortex
- ◆ $\sim 10^4$ ligações sinápticas por neurónio
- ◆ 1-10 $\cdot 10^6$ de quilómetros de ligações
- ◆ $\sim 10^8$ fibras no corpus callosum
- ◆ Connectividade esparsa $\sim 10^{-6}$

O sistema imunitário



Os nossos dois “cérebros” comunicam entre si



O planeta



A vibrant sunset scene. The sky is a deep, uniform red, with a bright, glowing sun in the upper center. The sun has a starburst effect and a vertical lens flare. Below the sky, the silhouettes of mountains are visible against the red background. The foreground shows the surface of the sea, which is shimmering with golden and red reflections from the sun. The overall mood is warm and serene.

Fim