MEFT - Programação

1º Ano - 1º Semestre de 2019/2020

Trabalhos Finais (04/12/2019)

Para a realização dos trabalhos tenha em conta os seguintes pontos:

- Os trabalhos finais são realizados em grupo e serão sujeitos a uma discussão final. Cada grupo deve escolher um único trabalho.
- Todos os trabalhos realizados devem ser escritos em **C** em ambiente de janelas;
- Para construir a(s) janela(s) a utilizar no programa deve ser usada a biblioteca GTK+ descrita durante esta cadeira;
- Os parâmetros, bem como as ordens de execução, para a realização dos objectivos do trabalho devem poder ser dados, em tempo real, a partir das janelas de execução do programa;
- As escalas dos eixos, sempre que tal se justifique, devem poder ser alteradas a partir da janela.
- Deverão existir, sempre que tal se justifique, botões que permitam parar, continuar e recomeçar as representações gráficas com novos valores.
- Concluído um gráfico, o utilizador deve ter possibilidade de optar por sobrepor um novo gráfico (quando isso tiver cabimento) ao já existente ou fazer um novo desde o início. Deverá ainda ser possível dar a ordem de limpar um gráfico já existente.
- Ao iniciar-se o programa, devem estar introduzidos os valores que permitam executar uma demonstração.
- Os cálculos efectuados para as representações gráficas deverão resultar da resolução numérica da(s) equação(ões) diferencial(is) e não a partir de soluções gerais conhecidas.
- No que respeita às dimensões do sistema, estas deverão ser implicitamente definidas internamente pelo programa de modo a ele se ajustar correctamente às dimensões do ecrã.
- Os trabalhos realizados deverão ainda ser acompanhados por um pequeno texto explicativo (cerca de duas páginas) escrito em TeX ou em LaTeX.

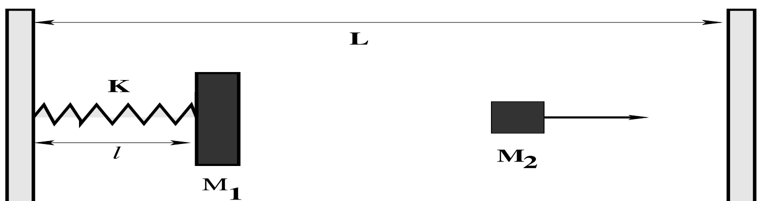
MEFT - Programação

1º Ano - 1º Semestre de 2019/2020

Trabalhos Finais (04/12/2019)

1. Sistema horizontal constituído por uma massa ligada por uma mola e outra massa que colide com ela e com uma parede

Considere o sistema representado na figura em que uma massa M_1 ligada a uma mola de constante K e comprimento natural ℓ que oscila segundo o eixo dos xx'. Uma segunda massa M_2 move-se também segundo o mesmo eixo e colide alternadamente, de modo elástico, com a parede à direita e com a massa M_1. O sub-sistema massa(M_1)-mola(K) pode estar sujeito a uma força de atrito proporcional à velocidade. A massa M_2 move-se sem atrito.



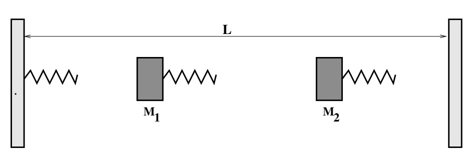
Pretende-se construir um programa que represente o sistema acima referido. Assim, o programa deverá começar com uma configuração predefinida e permitir a introdução e alteração dos valores de cada um dos parâmetros do sistema (M_1, M_2, K, L, ℓ, constante de amortecimento, velocidades e posições iniciais das duas massas).

Para além do movimento do sistema, deverá ainda ser possível visualizar, em tempo real, os gráficos referentes às posições e velocidades das massas em função do tempo e ainda a velocidade da massa M_1 em função da sua posição. Deverá ainda ser possível ajustar a amplitude dos gráficos.

2. Sistema horizontal constituído por duas massa que colidem elasticamente

Considere o sistema constituído por duas massas e três molas de dimensão L, como se mostra na figura abaixo. As massas M_1 e M_2 estão ligadas a uma mola cada uma e apenas podem deslocar-se na horizontal segundo o eixo do sistema. As molas são de tamanho desprezável e apenas representam que o choque entre as massas é elástico.

Pretende-se construir um programa que represente o sistema acima referido. Assim, o programa deverá começar com uma configuração predefinida e permitir a introdução e alteração dos valores de cada um dos parâmetros do sistema (L, M_1, M_2 e velocidades e posições iniciais das massas).



Para além do movimento do sistema, deverá ainda ser possível visualizar, em tempo real, os gráficos referentes às posições e velocidades das massas em função do tempo. Deverá igualmente ser possível ajustar a amplitude dos gráficos nas suas duas dimensões.

MEFT - Programação

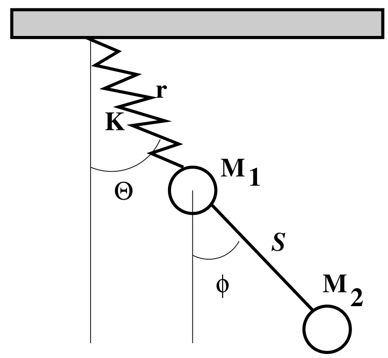
1º Ano - 1º Semestre de 2019/2020

Trabalhos Finais (04/12/2019)

3. Pêndulo duplo com mola e barra

Considere o sistema constituído por um pêndulo duplo em que o primeiro pêndulo é é formado por uma mola, como se mostra na figura. A primeira massa (M_1) está pendurada por uma mola que pode oscilar apenas segundo o eixo que liga a massa ao ponto de oscilação. A mola tem comprimento r e constante K e Θ é o ângulo que faz com a vertical.

A segunda massa está ligada à primeira por uma barra de massa desprezável com comprimento S e ϕ o ângulo que faz com a vertical.

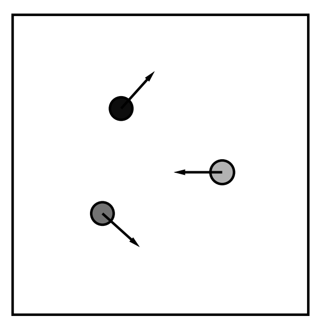


Pretende-se construir um programa que represente o sistema acima referido. Assim, o programa deverá começar com uma configuração predefinida e permitir a introdução e alteração dos valores de cada um dos parâmetros do sistema (M_1, M_2, K, r, S e velocidades e posições iniciais das massas).

Para além do movimento do sistema, deverá igualmente ser possível visualizar, em tempo real, os gráficos referentes às posições e velocidades das massas em função do tempo e ainda a velocidade da massa M_1 em função da sua posição. Deverá ainda ser possível ajustar a amplitude dos gráficos.

4. Cargas Eléctricas

Pretende-se construir um programa que mostra cargas eléctrica em superfície como se exemplifica na figura. O utilizador deverá poder apagar ou criar cargas eléctricas numa posição à sua escoha e com uma carga igualmente por ele escolhida.



O programa deve permitir alterar, em tempo real, usando o rato, as posições das cargas bem como as suas cargas. A resultante das forças, que actua cada carga, deverá ser mostrada, como se pode ver na figura e ajustada em tempo real quando cada carga é movida. Quando uma carga é deslocada de um local para outro deve ficar marcada a trajectória por ela seguida. Deverá ainda ser possível visualizar o movimento de uma carga de prova (carga +1, massa 1) largada pelo utilizador, com o rato, num ponto da superfície. No que diz respeito ao movimento desta carga, o utilizador deverá poder optar por que ela choque elasticamente com a parede ou que continue livremente.

No caso do movimento da carga de prova, deve ser possível parar/continuar o seu movimento, bem como apagá-la com vista a criar nova carga e visualizar o seu novo movimento.

Trabalhos Finais - Nota Explicativa

3. Pêndulo duplo com mola e barra

As posições das massas M_1 e M_2, em relação ao ponto de suspensão podem escrever-se como:

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = r\, sin\theta\, \vec{e}_x - r\, cos\theta\, \vec{e}_y \\ \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + S\, sin\phi\, \vec{e}_x - S\, cos\phi\, \vec{e}_y = (r\, sin\theta + S\, sin\phi)\, \vec{e}_x - (r\, cos\theta + S\, cos\phi)\, \vec{e}_y \end{cases}$$

derivando em ordem ao tempo, tem-se:

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \dot{\vec{r}}_1 = (r\, \dot{\theta}\, cos\theta + \dot{r}\, sin\theta)\, \vec{e}_x + (r\, \dot{\theta}\, sin\theta - \dot{r}\, cos\theta)\, \vec{e}_y \\ \vec{v}_2 = \dot{\vec{r}}_2 = (r\, \dot{\theta}\, cos\theta + \dot{r}\, sen\theta + S\, \dot{\phi}\, cos\phi)\, \vec{e}_x + (-\dot{r}\, cos\theta + r\, \dot{\theta}\, sin\theta + S\, \dot{\phi}\, sin\phi)\, \vec{e}_y \end{cases}$$

De onde se tira a energia cinética (T) e a energia potencial (V):

$$T = \tfrac{1}{2}\, M_1\, v_1^2 + \tfrac{1}{2}\, M_2\, v_2^2$$

$$T = \tfrac{1}{2}\, M_1\, (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\theta}^2) + \tfrac{1}{2}\, M_2\, (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\theta}^2 + S^2\, \dot{\phi}^2) + M_2\, S\, r\, \dot{\theta}\dot{\phi}\, cos(\theta - \phi) + M_2\, S\, \dot{r}\, \dot{\phi}\, sin(\theta - \phi)$$

e a energia potencial

$$V = \tfrac{1}{2}\, K\, (r - \ell)^2 - M_1\, g\, r\, cos\theta - M_2\, g\, (r\, cos\theta + S\, cos\phi)$$

e a função lagrangeana:

$$\begin{aligned} L &= T - V \\ L &= \tfrac{1}{2}\, M_1\, (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\theta}^2) + \tfrac{1}{2}\, M_2\, (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\theta}^2 + S^2\, \dot{\phi}^2) + M_2\, S\, r\, \dot{\theta}\dot{\phi}\, cos(\theta - \phi) + \\ &\quad M_2\, S\, \dot{r}\, \dot{\phi}\, sin(\theta - \phi) - \tfrac{1}{2}\, K\, (r - \ell)^2 + M_1\, g\, r\, cos\theta + M_2\, g\, (r\, cos\theta + S\, cos\phi) \end{aligned}$$

Usando as equações de Lagrange para as coordenadas (r, θ e ϕ):

$$\frac{d}{dt}\, \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$$

podem obter-se as seguintes equações diferenciais:

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{m_2}{m_1 (m_1 + m_2)}\, K\, (\ell - r)\, sin^2(\theta - \phi) + r\, \dot{\theta}^2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\, S\, \dot{\phi}^2\, cos(\theta - \phi) \\ &\quad + \frac{1}{m_1 + m_2}\, K\, (\ell - r) + g\, cos(\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{m_2}{m_1\, (m_1 + m_2)\, r}\, K\, (\ell - r)\, sin(\theta - \phi)\, cos(\theta - \phi) - \frac{2}{r}\, \dot{r}\, \dot{\theta} \\ &\quad - \frac{m_2}{(m_1 + m_2)\, r}\, S\, \dot{\phi}^2 sin(\theta - \phi) - \frac{g}{r}\, sin(\theta) \end{aligned}$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{K\, (\ell - r)\, sin(\theta - \phi)}{S\, m_1}$$