

MEFT - Programação
1º Ano - 1º Semestre de 2019/2020
Série 9 (09/12/2019)

1. Oscilador Harmônico Amortecido

a) Construa um programa que calcula numericamente, usando o método de Euler-Cromer, a solução da equação diferencial:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + K x = 0$$

As condições iniciais (x_o e v_o), bem como as constantes (m , K e b) e os instantes t_0 (inicial) e t_1 (final) deverão ser dados, na linha de comando, pelo utilizador. Escreva os resultados obtidos num ficheiro a duas colunas.

Utilizando o 'gnuplot' ou outro programa que permita a visualização gráfica, mostre o gráfico com os resultado obtidos.

b) Com vista à análise da qualidade dos resultados obtidos acrescente uma nova coluna ao ficheiro dos resultados em que coloca os resultados obtidos com a solução exacta deste movimento.

Deverá, para tal, obter os valores das constantes de integração em função da posição e velocidade (x_o e v_o).

Nota: Designando por

$$\omega_o^2 = \frac{K}{m} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{b}{2m}$$

a equação acima indicada tem três tipos de soluções diferentes de acordo com a relação entre ω_o e λ :

1. $\omega_o > \lambda$ (sub-amortecido, frequentemente designado apenas por amortecido):

$$x(t) = A e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \phi) \quad \text{com} \quad \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2}$$

em que as constantes A e ϕ se obtêm a partir das condições iniciais.

2. Caso de $\omega_o < \lambda$ (amortecimento super-crítico):

$$x(t) = e^{-\lambda t} (C e^{\beta t} + D e^{-\beta t}) \quad \text{com} \quad \beta = \sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2}$$

em que as constantes C e D se obtêm a partir das condições iniciais.

3. Caso de $\omega_o = \lambda$ (amortecimento crítico):

$$x(t) = e^{-\lambda t} (C + D t)$$

em que as constantes C e D se obtêm a partir das condições iniciais.

2. Construa um programa em GTK+ que cria uma janela de 500x200 e a coloca no centro do ecrã. Esse programa deve receber um número real como argumento e apresentá-lo na janela por ele criada. Pretende-se, em seguida, que o altere de acordo com as ordens dadas pelo utilizador. Para tal, a janela deve ter quatro botões para executar as seguintes tarefas: somar um, subtrair um, multiplicar por dois e dividir por 3.

Para construir este programa, deverá:

1. Criar uma janela ('window'), dar-lhe as dimensões indicadas e colocá-la no centro do ecrã;
2. Associar ao botão 'destroy' o fecho do programa;
3. Criar uma 'box' vertical e inseri-la na janela;
4. Criar um 'label', em que se irá escrever o valor do número, e colocá-lo na 'box' vertical. Para simplificar, pode definir as variáveis associadas ao 'label' e ao número a mostrar como variáveis globais;
5. Criar uma 'box' horizontal e colocá-la no final da 'box' vertical;
6. Criar os quatro botões e colocá-los na 'box' horizontal criada em '5.';
7. Associar a cada um dos botões, quando se carrega ('clicked'), uma função (callback) para executar a referida tarefa;
8. Dar ordem para mostrar as 'widget's criadas;
9. Entrar no ciclo de espera para execução das tarefas.

3. Construa um programa em GTK+ que cria uma janela com um tamanho à sua escolha. Esse programa deve criar uma 'drawing_area' na qual deverá desenhar um círculo. Para dar a ilusão de movimento deve ainda associar ao programa uma função que será executada de 'x' em 'x' milissegundo usando um 'timeout'. Essa função deverá mandar redesenhar 'drawing_area' e, a cada vez que o faça as coordenadas do círculo deverão ser ligeiramente alteradas.

Nota: Para compilar um programa com GTK+ 3, fazer (exemplo com 'prog.c'):

```
gcc `pkg-config --cflags gtk+-3.0` -c prog.c
```

```
gcc -o prog prog.o `pkg-config --libs gtk+-3.0` -lm
```

ou num só comando:

```
gcc -o prog prog.c `pkg-config --cflags --libs gtk+-3.0`
```

Oscilador Amortecido – Cálculo das constantes de integração

1.1 $\omega_o > \lambda$ (sub-amortecido, frequentemente designado apenas por amortecido):

A partir da solução, tem-se para a posição e a velocidade:

$$\begin{aligned}x(t) &= A e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \phi) \\v(t) &= -\lambda A e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \phi) - \omega A e^{-\lambda t} \operatorname{sen}(\omega t + \phi)\end{aligned}$$

fazendo $t = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned}x_o &= A \cos \phi \\v_o &= -\lambda A \cos \phi - \omega A \operatorname{sen} \phi\end{aligned}$$

dividindo ordenadamente a segunda equação pela primeira, tem-se

$$\operatorname{tg} \phi = -\frac{v_o + \lambda x_o}{\omega x_o}$$

usando a relação do quadrado da tangente e a equação de x_o

$$\operatorname{tg}^2 \phi = \frac{\operatorname{sen}^2 \phi}{\cos^2 \phi} = \frac{1 - \cos^2 \phi}{\cos^2 \phi} = \frac{1}{\cos^2 \phi} - 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{v_o + \lambda x_o}{\omega x_o}\right)^2 = \left(\frac{A}{x_o}\right)^2 - 1$$

de onde resulta:

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{x_o^2 + \frac{v_o^2}{\omega^2} + \frac{\lambda^2 x_o^2 + 2 \lambda x_o v_o}{\omega^2}} \\ \operatorname{tg} \phi &= -\frac{v_o + \lambda x_o}{\omega x_o}\end{aligned}$$

em que, das duas soluções possíveis da tangente, se escolhe aquela que assegura que a amplitude é positiva nas equações de x_o e v_o .

1.2 Caso de $\omega_o < \lambda$ (amortecimento super-crítico):

A partir da solução, tem-se para a posição e a velocidade:

$$\begin{aligned}x(t) &= C e^{-(\lambda-\beta)t} + D e^{-(\lambda+\beta)t} \\v(t) &= -(\lambda - \beta) C e^{-(\lambda-\beta)t} - (\lambda + \beta) D e^{-(\lambda+\beta)t}\end{aligned}$$

fazendo $t = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned}x_o &= C + D \\v_o &= -(\lambda - \beta) C - (\lambda + \beta) D\end{aligned}$$

de onde resulta:

$$C = \frac{v_o + (\lambda + \beta) x_o}{2 \beta} \quad \text{e} \quad D = -\frac{v_o + (\lambda - \beta) x_o}{2 \beta}$$

1.3 Caso de $\omega_o = \lambda$ (amortecimento crítico):

A partir da solução, tem-se para a posição e a velocidade:

$$\begin{aligned}x(t) &= e^{-\lambda t} (C + D t) \\v(t) &= -\lambda e^{-\lambda t} (C + D t) + e^{-\lambda t} D\end{aligned}$$

fazendo $t = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned}x_o &= C \\v_o &= -\lambda C + D\end{aligned}$$

de onde resulta:

$$C = x_o \quad \text{e} \quad D = v_o + \lambda x_o$$

Algumas funções básicas de GTK+ 3

- void **gtk_init** (int *argc, char ***argv);
Inicialização do ambiente GTK+;
- void **gtk_main** (void);
Executa o ciclo até ser dada a ordem de o terminar (ver `gtk_main_quit()`);
- void **gtk_main_quit** (void);
Termina um ciclo 'gtk_main';
- GtkWidget* **gtk_window_new** (GtkWindowType type);
Cria uma janela. 'type' deve ser 'GTK_WINDOW_TOPLEVEL' para uma janela com decorações e 'GTK_WINDOW_POPUP' para um sem elas;
- void **gtk_window_set_default_size** (GtkWindow *window, gint width, gint height);
Define o tamanho da janela;
- void **gtk_window_set_title** (GtkWindow *window, const gchar *title);
Define o título da janela;
- void **gtk_window_set_position** (GtkWindow *window, GtkWindowPosition position);
Define a posição em que a janela é colocada. No caso se querer a janela centrada, 'position' deve ser GTK_WIN_POS_CENTER;
- void **gtk_box_pack_start** (GtkBox *box, GtkWidget *child, gboolean expand, gboolean fill, guint padding);
Acrescenta 'child' a uma 'box' empacotando-a a partir do princípio;
- void **gtk_box_pack_end** (GtkBox *box, GtkWidget *child, gboolean expand, gboolean fill, guint padding);
Acrescenta 'child' a uma 'box' empacotando-a a partir do fim;
- void **gtk_container_add** (GtkContainer *container, GtkWidget *widget);
Adiciona uma 'widget' a um 'container';
- void **gtk_container_set_border_width** (GtkContainer *container, guint border_width);
Define a largura do 'border' de um 'container';
- GtkWidget* **gtk_label_new** (const gchar *str);
Cria um 'label' com o texto 'str';
- void **gtk_label_set_text** (GtkLabel *label, const gchar *str);
Altera o texto do 'label' para 'str';

- GtkWidget* **gtk_button_new_with_label** (const gchar *label);
Cria um botão com o texto 'label';
- void **gtk_widget_set_size_request** (GtkWidget *widget,
gint width, gint height);
Define o tamanho de uma 'widget';
- void **gtk_widget_show_all** (GtkWidget *widget);
Torna visível a 'widget' e todas as 'widget's nela colocadas;
- #define **g_signal_connect** (instance, detailed_signal, c_handler, data);
Liga a função 'c_handler' ao sinal 'detailed_signal' do objecto 'instance' e envia 'data' para essa função;
- GtkWidget* **gtk_box_new** (GtkOrientation orientation, gint spacing);
Cria uma 'box' com orientação dada por 'orientation' que toma os valores: 'GTK_ORIENTATION_HORIZONTAL' ou 'GTK_ORIENTATION_VERTICAL';
- GtkWidget* **gtk_box_set_homogeneous** (GtkBox *box,
gboolean homogeneous);
Indica a homogeneidade da 'box';
- GdkWindow* **gtk_widget_get_window** (GtkWidget *widget);
Retorna a window no caso de esta esteja realizada;
- gboolean **GTK_IS_WIDGET** (GtkWidget *widget);
Testa se 'widget' é ou não uma widget;
- GtkWidget* **gtk_drawing_area_new** (void);
Cria uma 'drawing_area'. A função associa ao sinal 'draw' deve ser tipo:
gboolean *nome* (GtkWidget *widget, cairo_t *cr, gpointer data)
- void **gtk_widget_queue_draw** (GtkWidget *widget);
Serve para redesenhar 'widget'.
- gint **g_timeout_add** (guint interval, GSourceFunc function,
gpointer data);
O primeiro argumento é o tempo em milissegundos entre chamadas da função 'function' (segundo argumento) e o terceiro argumento é um ponteiro para os dados enviados para a função;
- gint **gtk_widget_get_allocation** (GtkWidget *widget, GtkAllocation *allocation);
Dá as dimensões da 'widget' na estrutura 'GtkAllocation';
- gint **gtk_widget_get_allocation_width** (GtkWidget *widget);
Retorna a largura da 'widget';
- gint **gtk_widget_get_allocation_height** (GtkWidget *widget);
Retorna a altura da 'widget';

Funções de Cairo:

- void **cairo_move_to** (cairo_t *cr, double x, double y);
Coloca-se na posição (x, y);
- void **cairo_line_to** (cairo_t *cr, double x, double y);
Traça uma linha recta desde o ponto em que se encontra até (x, y);
- void **cairo_arc** (cairo_t *cr, double x, double y, double r,
double angle1, double angle2);
Traça um arco de circunferência centrado em (x, y), de raio 'r' entre os ângulos 'angle1' e 'angle2';
- void **cairo_rectangle** (cairo_t *cr, double x, double y,
double width, double height);
Traça um rectângulo a partir do ponto (x, y) com comprimento 'width' e altura 'height';
- void **cairo_set_line_width** (cairo_t *cr, double width);
Define a largura, em pixels, das linhas (o default é '2.');
- void **cairo_fill** (cairo_t *cr);
Faz as superfícies a cheio;
- void **cairo_set_source_rgb** (cairo_t *cr, double r, double g, double b);
Define a cor em RGB com (r, g, b);
- void **cairo_stroke** (cairo_t *cr);
Atribui aos objectos as características actuais;
- void **cairo_stroke_preserve** (cairo_t *cr);
Atribui aos objectos as características actuais e, ao contrário de 'cairo_stroke', preserva a sequência do cairo contexto;
- void **cairo_select_font_face** (cairo_t *cr, const char *family,
cairo_font_slant_t slant, cairo_font_weight_t weight);
Fixa a família de fontes a usar 'family' com a inclinação 'slant' e a largura 'weight'.
- void **cairo_show_text** (cairo_t *cr, const char *text);
Escreve na posição actual o texto 'text', 'text' deve estar multibyte 'utf8'.